∽ Corrigé du brevet Métropole Guadeloupe–Guyane ∾
1er juillet 2024

Exercice 1 **20 points**

1. De 0 à 36 il y a $36 - 0 + 1 = 37$ nombres.

   La bille a la même probabilité de s'arrêter sur l'une de ces 37 cases, la probabilité de chaque nombre est donc égale à $\dfrac{1}{37}$.

2. Il y a 19 cases blanches donc 18 cases noires et parmi elles 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20 ; 22 ; 24 ; 26 ; 28 soit 10 chances sur 37, donc la probabilité est égale à $\dfrac{10}{37}$.

3. **a.** De 0 à 6 il y a 7 nombres donc la probabilité est égale à $\dfrac{7}{37}$

   b. La probabilité que la bille s'arrête sur un numéro supérieur ou égal à 7 est égale à $1 - \dfrac{7}{37} = \dfrac{30}{37}$.

   c. On a $\dfrac{30}{37} \approx 0,81 > 0,8 > 0,75 = \dfrac{3}{4}$: le joueur a raison.

   Remarque $\dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \times 10}{4 \times 10} = \dfrac{30}{40}$.

   Or $37 < 40 \Rightarrow \dfrac{1}{40} < \dfrac{1}{37}$ et en multipliant chaque membre par 30 : $\dfrac{30}{40} < \dfrac{30}{37}$.

Exercice 2 **20 points**

1. **a.** On obtient successivement : $5 \to 5^2 = 25 \to 2 \times 25 = 50 \to 50 + 2 \times 5 = 50 + 10 = 60 \to 60 - 4 = 56$.

   b. Avec -9 au départ on obtient $-9 + 2 = -7$ en résultat 1 et $-9 - 1 = -10$ en résultats 2.

   Le résultat final est $-7 \times (-10) = 70$.

2. **a.** Résultat 1 $= x + 2$; Résultat 2 : $x - 1$ et résultat final $= (x+2)(x-1)$ soit E_2.

   b. On obtient successivement : $x \to x^2 \to 2 \times x^2 = 2x^2 \to 2x^2 + 2x \to 2x^2 + 2x - 4$.

3. Le résultat avec le programme A est :

   $2x^2 + 2x - 4 = 2 \times x^2 + 2 \times x - 2 \times 2 = 2\left(x^2 + x - 2\right)$.

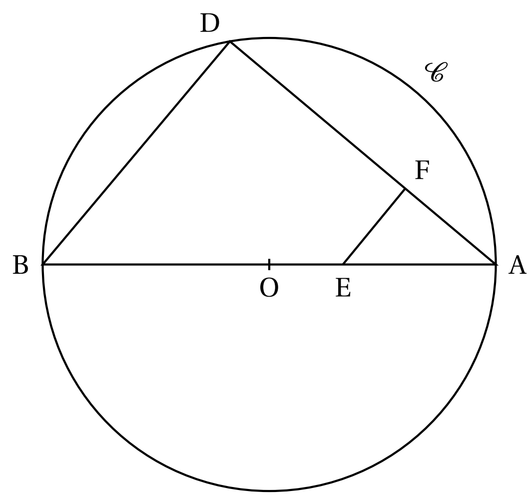
   Or en développant $E_2 = (x+2)(x-1) = x^2 + 2x - x - 2 = x^2 + x - 2$: c'est le résultat du programme B.

   Le résultat du programme A est le double du résultat du programme B.

Exercice 3 **22 points**

Sur la figure ci-dessous, on a :

- $\mathscr{C}$ est un cercle de centre O et de rayon $4,5$ cm ;
- [AB] est un diamètre de ce cercle et D est un point du cercle ;
- les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A ;
- les droites (BD) et (EF) sont parallèles ;
- BD = $5,4$ cm ; DA = $7,2$ cm et AE = $2,7$ cm.



1. On a $\text{AB} = 2R = 2 \times 4,5 = 9$ (cm).

2. On a $\text{AD}^2 = 7,2^2$ et $\text{DB}^2 = 5,4^2$, d'où $\text{AD}^2 + \text{DB}^2 = 7,2^2 + 5,4^2 = 51,84 + 29,16 = 81 = 9^2 = \text{AB}^2$.

Donc $\text{AD}^2 + \text{DB}^2 = \text{AB}^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABD est rectangle en D; [AB] est l'hypoténuse.

3. Comme les points B, E, A sont alignés, ainsi que les points D, F, A et que les droites (BD) et (EF) sont parallèles on est dans une situation de Thalès et on a donc les égalités : $\dfrac{\text{AE}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AD}} = \dfrac{\text{EF}}{\text{BD}}$.

En particulier $\dfrac{\text{AE}}{\text{AB}} = \dfrac{\text{AF}}{\text{AD}}$ ou $\dfrac{2,7}{9} = \dfrac{\text{AF}}{7,2}$ soit $0,3 = \dfrac{\text{AF}}{7,2}$, d'où $\text{AF} = 0,3 \times 7,2 = 2,16$ (cm).

4. **a.** Si $\mathscr{A}$ est l'aire du triangle ABD, on sait que $\mathscr{A} = \dfrac{\text{BD} \times \text{AD}}{2} = \dfrac{5,4 \times 7,2}{2} = 5,4 \times 3,6 = 19,44$ cm^2.

b. L'aire du disque est égale à $\pi \times R^2 = \pi \times 4,5^2 = \left(\dfrac{9}{2}\right)^2 \times \pi = \dfrac{81}{4}\pi \approx 63,617$, soit 63,62 au centième de cm^2.

5. Quel pourcentage de l'aire du disque représente l'aire du triangle ABD ? L'aire du triangle ABD représente pour l'aire du disque un pourcentage égal à environ :
$\dfrac{19,44}{63,62} \times 100$ soit environ 30,6 %.

Exercice 4 — 18 points

1. $f(x) = 3x - 2$, donc $f(-4) = 3 \times (-4) - 2 = -12 - 2 = -14$. (réponse A)
2. $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$. (réponse A)
3. Si C a pour image A par $t_{\overrightarrow{\text{CA}}}$, alors J a pour image E. (réponse B)
4. L'antécédent de 3 est 0 : $f(0) = 3$. (réponse C)
5. On a dans l'ordre croissant : 1,46 ; 1,6 ; 1,65 ; 1,67 ; 1,7 ; 1,72 ; 1,75

   Il y a autant de tailles inférieures à 1,67 que de tailles supérieures à 1,67 : 1,67 est la médiane. (réponse B)
6. On a par définition : $\cos\alpha = \dfrac{\text{long. côté adjacent à } \alpha}{\text{long. hypoténuse}} = \dfrac{4}{5} = \dfrac{8}{10} = 0,8$. (réponse A)

Exercice 5 — 20 points

PARTIE A

1. On a $\dfrac{330}{15} = \dfrac{66}{3} = 22$, mais $\dfrac{132}{15} = \dfrac{3 \times 44}{3 \times 5} = \dfrac{44}{5} = 8,8$ qui n'est pas entier.
   On ne peut donc pas faire 15 sachets car 132 n'est pas un multiple de 15.
2. **a.** On a $330 = 33 \times 10 = 3 \times 11 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et
   $132 = 6 \times 22 = 2 \times 3 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 3 \times 11$.

   b. On constate que 330 et 132 ont en commun dans leur écriture sous forme de produits de nombres premiers un facteur 2, un facteur 3 et un facteur 11 : ils sont donc tous les deux multiples de $2 \times 3 \times 11 = 6 \times 11 = 66$.
   La présidente pourra donc faire 66 sachets.

   c. Comme $330 = 66 \times 5$ et $132 = 66 \times 2$, chaque sachet contiendra 5 autocollants et 2 drapeaux.

PARTIE B

Le volume de la piscine est $V = 25 \times 15 \times 2 = 25 \times 2 \times 15 = 50 \times 15 = 750\ \left(\text{m}^3\right)$.
On met dans cette piscine : $750 \times \dfrac{9}{10} = 75 \times 9 = 675\ \left(\text{m}^3\right)$ d'eau.
Remplir la piscine coûtera donc : $675 \times 4,14 = 2\,794,50$ €.