

∞ Corrigé du brevet des collèges Polynésie 23 juin 2023 ∞

Durée : 2 heures

A. P. M. E. P.

Exercice 1

16 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples QCM

Question 1 : soit f , la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$. Réponse B : la fonction est décroissante ($a = -2$) et l'ordonnée à l'origine est égale à 3.

On lit que l'image de 1 est 2.

Question 3 :

On donne ci-dessous un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur :

La réponse est C : c'est la seule qui utilise la cellule B1.

Question 4 :

$(3x - 7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$: réponse B.

Exercice 2

16 points

- Le théorème de Pythagore appliqué au triangle HPS rectangle en P donne :
 $HS^2 = HP^2 + PS^2 = 90^2 + 140^2 = 8100 + 19600 = 27700$.
HS étant positive : $HS = \sqrt{27700} \approx 163,43$, soit 163,4 cm au millimètre près.
 - 1700 mm = 170 cm (longueur du panneau).
Or 95 % de 170 = $\frac{95}{100} \times 170 = 0,95 \times 170 = 161,5$ cm.
Comme $163,4 > 161,5$, le panneau est conforme.
- Dans le triangle HPS rectangle en P, on a la relation :
 $\tan \widehat{HSP} = \frac{HP}{PS} = \frac{90}{140} = \frac{9}{14} \approx 0,643$.
La calculatrice donne $\widehat{HSP} \approx 32,7^\circ$.
On a bien $30 < 32,7 < 35$. L'angle d'inclinaison, \widehat{HSP} permet donc un fonctionnement optimal des panneaux.
- Les droites (UT) et (HP) sont perpendiculaires à la droite (PS) : elles sont donc parallèles.
S, U, H d'une part S, T et P sont alignés donc le théorème de Thalès permet d'écrire :
 $\frac{ST}{SP} = \frac{SU}{SH} = \frac{UT}{PT}$.
En particulier $\frac{ST}{140} = \frac{50}{90}$. On en déduit :
 $ST = 140 \times \frac{50}{90} = 140 \times \frac{5}{9} \approx 77,8$ cm au millimètre près.

4. Chaque équerre avec sa barre de renfort nécessite une longueur de tube gale à environ :

$$140 + 90 + 166,4 + 50 = 446,4 \text{ cm soit environ } 4,464 \text{ m.}$$

De plus il faut 3 équerres et 3 barres latérales de 4 m, soit $3 \times 4,464 + 3 \times 4 = 25,392 \text{ m.}$

Un tube mesurant 4,5 m il faut donc $\frac{25,392}{4,5} \approx 5,64$: 6 tubes sont donc nécessaires à

37 € l'unité ce qui représente une dépense de :

$$6 \times 37 = 222 \text{ €.}$$

Exercice 3

18 points

Partie A

- Il y a deux boules avec la lettre G sur 5 boules, d'où $P(G) = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$.
- Les nombres premiers sont : 2, 3 et 5 : il y a 3 cas favorables sur 6, donc la probabilité de gagner est égale à $\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$.
- On a $0,4 < 0,5$: c'est le jeu 1 qui a la plus faible probabilité de gagner.
 - On a $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$: le numérateur représente le nombre de boules G (on les a déjà) et le dénominateur le nombre total de boules (8). Comme on a déjà 5 boules il faut donc en rajouter 3 qui ne soient pas marquées G, par exemple 3 P ou 2P et 1 N.

Partie B

Méthode 1 : principe multiplicatif :

$$P(\text{gagner}) = P(G) \times P(\text{nombre premier}) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

Méthode 2 On peut faire un tableau à double entrée de 5 colonnes (tirage de l'une des boules) et 6 lignes (arrêt sur l'un des six secteurs).

Les cas favorables sont G1-2, G1-3, G1-5 et G2-2, G2-3 et G2-5 soit 6 cas favorables sur 30, d'où une probabilité de $\frac{6}{30} = \frac{1 \times 6}{6 \times 5} = \frac{1}{5} = 0,2$.

Exercice 4

22 points

- On a $4^2 = 16$, puis $16 \times 2 = 32$, puis $32 + 4 = 36$, puis $36 - 66 = -30$.
 - $(-3)^2 = 9$, puis $2 \times 9 = 18$, puis $18 + (-3) = 15$ et $15 - 66 = -51$.
- Pour A : on met nombre choisi (pour obtenir le carré).
Pour B on met 2 (pour calculer le double).
 - La valeur 5,5 est une valeur possible comme nombre de départ pour que le résultat final soit 0.
- On nomme x le nombre choisi au départ.
 - On a successivement :
 x ; x^2 ; $2x^2$; $2x^2 + x$; $2x^2 + x - 66$.

b. $2x^2 + x - 66 = (2x - 11)(x + 6) = 0$: un produit est nul si l'un des facteurs est nul, soit

$$\begin{cases} 2x - 11 = 0 \\ x + 6 = 0 \end{cases}, \text{ ou encore } \begin{cases} 2x = 11 \\ x = -6 \end{cases} \text{ et enfin } \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ x = -6 \end{cases}$$

Les nombres qui donnent donc comme résultat final 0, sont 5,5 (déjà vu) et -6.

Exercice 5

22 points

1. • Les parties rectilignes : six segments, [CB], [AL], [KJ], [IH], [GF] et [ED] d'une longueur de :

$$120 + 60 + 60 + 90 + 60 + 90 = 480 \text{ (m)}.$$

• Les parties en arc de cercle :

– deux demi-cercles de rayon 60, soit un cercle de rayon 60, de longueur $2 \times \pi \times 60 = 120\pi$ (m);

– quatre quarts de cercle de rayon 30 (m), soit un cercle de rayon 30, d'où une longueur de $2 \times \pi \times 30 = 60\pi$ (m).

La longueur totale de la piste est donc égale à : $480 + 120\pi + 60\pi = 480 + 180\pi \approx 480 + 565,487 \approx 1\,045,49$, soit 1 045 (m) à l'unité près.

2. 1 045 m en 72 s représente une vitesse moyenne de $\frac{1\,045}{72} \approx 14,51$ (m/s)

3. En 1 heure il parcourt donc $\frac{1\,045}{72} \times 3\,600 = 52\,250$ (m/h) soit 52,25 (km/h) : il respecte les règles de sécurité.

4. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.

a. $60 = 6 \times 10 = 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$.

$$72 = 6 \times 12 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2.$$

b. Ils se retrouveront ensemble au bout d'un nombre de secondes multiple commun à 60 et 72; le plus petit multiple commun à 60 et 72 contient tous leurs facteurs premiers soit $2^3 \times 3^2 \times 5 = 72 \times 5 = 360$ (s) soit $\frac{360}{60} = 6$ (min).

c. Au bout de 6 min = 360 s le professionnel aura fait $\frac{360}{60} = 6$ (tours) et l'amateur $\frac{360}{72} = 5$ (tours).