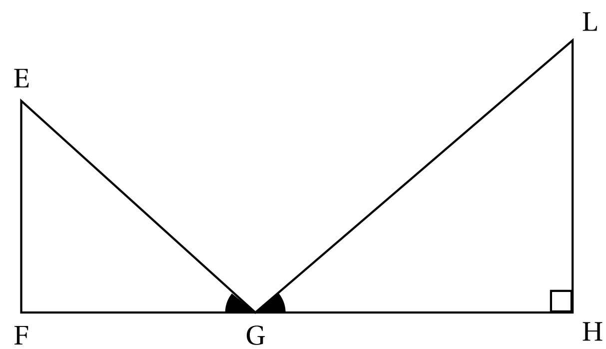
Corrigé du brevet des collèges Amérique du Sud 16 novembre 2023

Durée : 2 heures

Exercice 1 — 20 points



La figure n'est pas en vraie grandeur.

1. On a $EF^2 = 18^2 = 324$; $FG^2 = 24^2 = 576$ et $EG^2 = 30^2 = 900$. Or $900 = 324 + 576$, soit $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
   Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle EFG est rectangle en F.
2. Dans le triangle EFG rectangle en F on a par exemple $\tan\widehat{EGF} = \dfrac{EF}{FG} = \dfrac{18}{24} = \dfrac{3}{4} = 0,75$.
   Donc d'après la calculatrice $\widehat{EGF} \approx 36,9$, soit 37° au degré près.
3. Les triangles EGF et LGH ont deux de leurs angles de même mesure, donc les troisièmes aussi : ils sont donc semblables
4. [GH] et [FG] sont les côtés adjacents aux angles $\widehat{EGF}$ et $\widehat{LGH}$ de même mesure.
   Comme GH > FG, le coefficient d'agrandissement est égal à $\dfrac{GH}{FG} = \dfrac{38,4}{24} = 1,6$.
5. Le périmètre de EGF est égal à :
   $EF + FG + GE = 18 + 24 + 30 = 72$ (cm).
   D'après la question précédente le périmètre de LGH est égal à à celui de EFG multiplié par 1,6, soit :
   $72 \times 1,6 = 115,2$ (cm).

Exercice 2 — 21 points

Première partie : on suppose que AE = 3 cm.

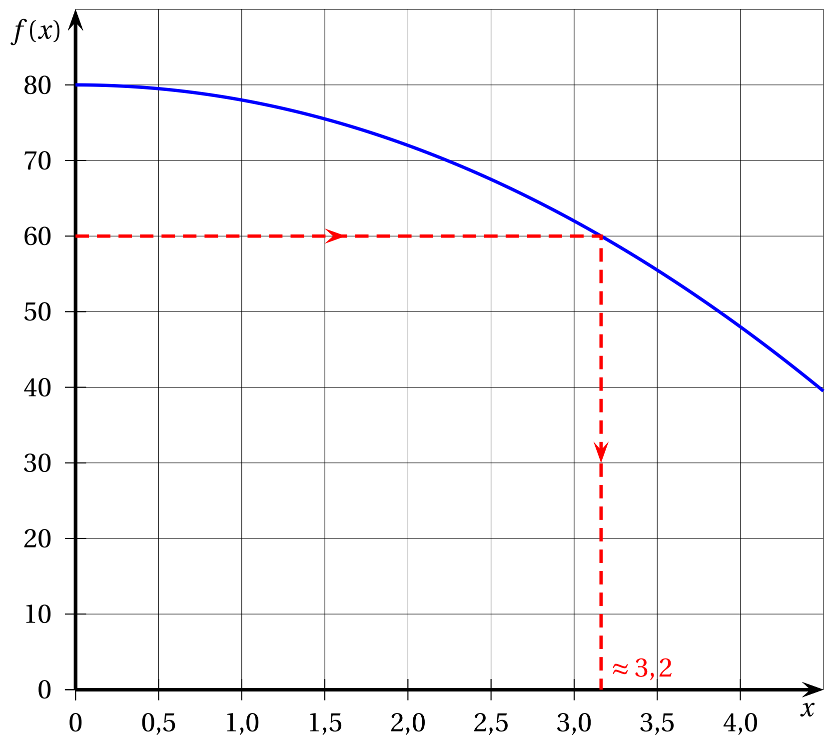
1. L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{AE \times AF}{2} = \dfrac{3 \times 3}{2} = \dfrac{9}{2} = 4,5\ \left(\text{cm}^2\right)$.
2. Comme l'aire du rectangle ABCD est égale à $10 \times 8 = 80$, l'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times 4,5 = 80 - 18 = 62\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Deuxième partie :

3. **a.** L'aire du triangle AEF est égale à : $\dfrac{AE \times AF}{2} = \dfrac{x \times x}{2} = \dfrac{x^2}{2}$.

   b. L'aire du polygone FELKJIHG est égale à la différence :
   $80 - 4 \times \dfrac{x^2}{2} = 80 - 2x^2$.

4. Dans la case B2 on peut écrire : $\boxed{= 80 \text{ - } 2\text{B1} * \text{B1}}$
5. Voici la courbe représentative de la fonction f :



   a. La représentation de la fonction f n'est pas une droite : la fonction f n'est donc pas affine.
   b. Voir le graphique. AE $\approx 3,2$.
   c. Il faut résoudre l'équation :
   $80 - 2x^2 = 60$ ou $80 - 60 = 2x^2$, ou $20 = 2x^2$ ou $10 = x^2$, soit $x = \sqrt{10}$.

Exercice 3 — 20 points

1. **Affirmation 1 :** « Le prix est proportionnel au nombre de baguettes. »
   On a bien $2,20 = 2 \times 1,10$, $\quad 3,30 = 3 \times 1,10$, mais $4 \neq 4 \times 1,10$.
   L'affirmation 1 est fausse.
2. **Affirmation 2 :** « L'abscisse du point A est un nombre décimal. »
   L'unité est partagée en 8, donc $1 = 8 \times 0,125$.
   Le point A a onc pour abscisse : $2 + 2 \times 0,125 = 2 + 0,25 = 2,25$: cette abscisse est bien décimale.
   L'affirmation 2 est vraie.
3. **Affirmation 3 :**
   « Cet engrenage sera dans la même position au bout de 6 tours pour la roue A et de 4 tours pour la roue B. »
   On a bien $6 \times 8 = 4 \times 12 = 48$.
   L'affirmation 3 est vraie.

4. **Affirmation 4 :**
« Pour tout nombre x, l'égalité suivante est vraie :

$$(x+8)(2x-1) = 2x^2 - (8-15x). \text{ »}$$

On a d'une part :
$(x+8)(2x-1) = 2x^2 - x + 16x - 8 = 2x^2 + 15x - 8$ et d'autre part :
$2x^2 - (8-15x) = 2x^2 - 8 + 15x = 2x^2 + 15x - 8$.
L'affirmation 4 est vraie.

Exercice 4 — 16 points

1. **a.** La base d'une bougie est un disque de rayon 3 et de hauteur 12 : son volume est donc égal à :
$\pi \times 3^2 \times 12 = 108\pi \approx 339{,}3$, soit à l'unité près 339 cm^3.
b. $\dfrac{9}{10}$ de ce volume est de la cire soit $\dfrac{9}{10} \times 108\pi = 97{,}2\pi$ cm^3 et à raison 0,7 g par cm^3, il faut $97{,}2\pi \times 0{,}7 = 68{,}04\pi \approx 213{,}8$ soit au gramme près environ 214 g de cire pour fabriquer une bougie.
2. Les bougies à la vanille sont représentées par un secteur dont l'angle au centre a pour mesure 90° ; comme $90 = \dfrac{360}{4}$ elles représentent le $\dfrac{1}{4}$ de la production soit 25 %.
Come il y autant de bougies à la lavande que de bougies au jasmin, le pourcentage de bougies à la lavande (ou au jasmin) est égal à :
$\dfrac{100-(22+25)}{2} = \dfrac{100-47}{2} = \dfrac{53}{2} = 26{,}5$ (%).
3. Si m est le nombre de bougies à produire en mars on doit avoir comme moyenne :
$7\,900 = \dfrac{6\,500 + 8\,000 + m}{3}$, soit $3 \times 7\,900 = 14\,500 + m$ ou encore $m = 23\,700 - 14\,500 = 9\,200$.

Exercice 5 — 23 points

1. Il y a 4 possibilités pour le chiffre des dizaines et 3 pour le chiffre des unités soit
$4 \times 3 = 12$ issues :
12, 13, 14, 22, 23, 24 ;
32, 33, 34, 42, 43, 44.
2. 4 issues sont des nombres impairs soit une probabilité de $\dfrac{4}{12} = \dfrac{4 \times 1}{4 \times 3} = \dfrac{1}{3}$.
3. On considère l'évènement A : « Le nombre formé est un nombre premier et inférieur à 30 ».
a. Les nombres issues et premiers sont 13 et 23 ; on a donc $p(A) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.
b. La probabilité de ne pas obtenir de nombre premier inférieur à 30 est égale à $1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$.
4. Les issues multiples de 11 sont :
22 $(22 = 2 \times 11)$; 33 $(33 = 3 \times 11)$ et 44 $(44 = 4 \times 11)$.
La probabilité d'obtenir un multiple de 11 est donc égale à $\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4} = 0{,}25$.

5. **a.** Ligne 5 il faut compléter par les nombres 2 et 4.

b. Ligne 6 : il faut écrire :

Si chiffre des dizaines = chiffre des unités.

c. Le résultat correspond à 100 tirages pour lesquels 23 nombres obtenus sont des multiples de 11.

Plus le nombre de tirages augmente et plus la proportion de multiples de 11 se rapproche de 0,25.