∽ Corrigé du Brevet Métropole 30 juin 2022 ∾

Exercice 1 — 20 points

1. Les droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires à la même droite, (AB), donc elles sont parallèles entre elles.
2. Les points A, E et B sont alignés, dans cet ordre.
   Les points C, E et D sont alignés, dans le même ordre.
   Les droites (AC) et (BD) sont parallèles.
   D'après le théorème de Thalès, on peut donc annoncer : $\dfrac{\text{EB}}{\text{EA}} = \dfrac{\text{ED}}{\text{EC}} = \dfrac{\text{BD}}{\text{CA}}$
   Notamment : $\dfrac{\text{EB}}{\text{EA}} = \dfrac{\text{BD}}{\text{CA}}$, qui donne, en remplaçant les longueurs connues : $\dfrac{5}{20} = \dfrac{1}{\text{AC}}$
   Avec un produit en croix, on arrive à : $\text{AC} = \dfrac{20}{5} = 4$.
   La largeur AC de la rivière est donc de 4 pas.
3. Dans le triangle AEC, rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $\text{CE}^2 = \text{CA}^2 + \text{AE}^2 = 4^2 + 20^2 = 416$
   Comme CE est une longueur, $\text{CE} \geq 0$ et donc $\text{CE} = \sqrt{416} \approx 20,396$ pas.
   Puisqu'un pas est assimilé à 65 cm, on en déduit :
   $\text{CE} = 65 \times \sqrt{416} \approx 1\,326\,\text{cm}$ (au cm près).
   On a donc bien, au dm près, 133 dm, ce qui correspond effectivement à 13,3 m.
4. **a.** La distance parcourue est d'environ 13,3 m, en 5 secondes, donc la vitesse est d'environ $\dfrac{13,3}{5} = 2{,}66\,\text{m/s}$.

   b. Convertissons cette vitesse en km/h :
   $2,66 \times 3,6 = 9,576$ km/h
   La vitesse moyenne de déplacement est donc bien inférieure à 10 km/h.

Exercice 2 — 20 points

1. **Réponse A**
   La figure 2 est obtenue en faisant glisser la figure 1, c'est donc une translation.
2. **Réponse B**
   L'antécédent de 2 est 1, car $g(1) = 2$, par lecture graphique.
3. **Réponse B**
   On a effectivement : $f(3) = 3 \times 3^2 - 7 = 3 \times 9 - 7 = 27 - 7 = 20$
4. **Réponse B**
   Trions les valeurs dans l'ordre croissant :
   $3,41$; $3,7$; $4,01$; $4,28$; $4,3$; $4,62$; $4,91$; $5,15$; $5,25$; $5,42$; $5,82$; $6,07$; $6,11$
   Puisqu'il y a 13 valeurs, la valeur centrale est la septième valeur, c'est donc 4,91.

5. **Réponse C**
   En comparant les longueurs, on constate que BUT est un agrandissement de LAC avec un rapport $k = 3$ (par exemple, BT = 3 × LC).
   Du coup, si les longueurs sont multipliées par $k = 3$, les aires sont multipliées par $k^2 = 9$.

Exercice 3 — 20 points

1. **a.** C'est la proposition 3.
   Les trois propositions donnent un produit égal à 252, mais dans les propositions 1 et 2, il y a des facteurs composés (non premiers) : 9 dans la proposition 1 et 21 dans la proposition 2.

   b. Décomposons 156.
   $$\begin{aligned}156 &= 2 \times 78\\ &= 2 \times 2 \times 39\\ &= 2^2 \times 3 \times 13\end{aligned}$$
   2, 3 et 13 sont des nombres premiers, donc la décomposition de 156 en produit de nombres premiers est : $2^2 \times 3 \times 13$.

2. **a.** Non, elle ne peut pas faire 36 paquets, car $36 = 6^2 = 2^2 \times 3^2$, et donc 156 n'est pas divisible par 36, donc soit elle ne peut pas mettre le même nombre de cartes dans tous les paquets, soit elle n'utilisera pas toutes ses cartes.

   b. Le nombre de paquets doit être un diviseur commun aux deux nombres de cartes, en observant les décompositions en produits de facteurs communs, on observe que les facteurs premiers communs sont 2 (à la puissance 2) et 3 (mais puissance 1, seulement), donc le plus grand nombre de paquets possible est : $2^2 \times 3 = 12$.

   c. En faisant 12 paquets, il y aura dans chaque paquet :
   $252 \div 12 = 3 \times 7 = 21$ cartes de type « feu » et $156 \div 12 = 13$ cartes de type « terre ».

3. Si elle choisit une carte au hasard, on est dans une situation d'équiprobabilité.
   Il y a 156 issues favorables (156 cartes « terre »), et $156 + 252 = 408$ issues possibles (408 cartes, en tout).
   Donc la probabilité que ce soit une carte « terre » est de $\dfrac{156}{408} = \dfrac{13}{34}$.

Exercice 4 — 20 points

Remarque : On sait qu'un carré est un rectangle particulier, mais vue la présentation des deux figures, quand on parle de « rectangle » dans cet exercice, on sous-entend « le rectangle qui n'est pas un carré ».

1. L'aire d'un carré de côté x est x^2, c'est un cas particulier de la formule pour connaître l'aire d'un rectangle ($L \times \ell$, avec ici $L = \ell = x$).

2. On a clairement $x+7 > x-3$, donc le rectangle ici a pour longueur $L = (x+7)$ et pour largeur $\ell = (x-3)$.
L'aire du rectangle est : $\mathscr{A} = L \times \ell = (x+7) \times (x-3)$.
Développons cette expression : $(x+7) \times (x-3) = x^2 + 7x - 3x - 21 = x^2 + 4x - 21$.
On arrive bien à l'expression annoncée dans la question.

3. Ici, on a, à la ligne 4, la variable R qui à laquelle on associe la valeur x^2, donc on veut calculer l'aire du rectangle avec l'expression développée obtenue à la question **3.**, il faut donc ensuite ajouter $4x$, donc :
à la ligne 5 on doit compléter la case vide par 4.
Puis, il faut soustraire 21, mais la ligne 6 commence par "ajouter"..., donc :
à la ligne 6, on doit compléter la case vide par -21**.**
Enfin, la variable R contient maintenant l'aire du rectangle, et donc il ne reste plus qu'à faire annoncer ce résultat par le lutin :
à la ligne 7, on doit compléter la case vide par R.

4. Si on a pressé la touche espace, on a lancé le programme. Si on saisit 8, alors le programme calcule l'aire du rectangle avec $x = 8$, ce qui donne :
$8^2 + 4 \times 8 - 21 = 64 + 32 - 21 = 75$.
Ce que renvoie le programme, c'est le lutin qui annonce le texte suivant : « L'aire du rectangle est 75 », pendant 2 secondes.

5. Pour que les aires du rectangle et du carré soient égales, il faut que x soit une solution de l'équation suivante : $x^2 = x^2 + 4x - 21$.
Résolvons cette équation : $x^2 = x^2 + 4x - 21 \iff 0 = 4x - 21$

$$\iff 4x = 21$$

$$\iff x = \frac{21}{4} = 5,25$$

Comme 5,25 est bien un nombre strictement supérieur à 3, il est bien une solution à notre problème.
Il faut donc saisir 5,25 comme valeur pour que le rectangle et le carré aient la même aire.

Exercice 5 20 points

1. Une journée est composée de 24 heures, chacune composée de 60 minutes. Chaque minute est composée de 60 secondes.
Il y a donc $24 \times 60 \times 60 = 86\,400$ secondes dans une journée, et donc, à raison d'une goutte par seconde, 86 400 gouttes en une journée complète.

2. En une semaine de 7 jours, il y a donc $7 \times 86\,400 = 604\,800$ gouttes.
Convertissons ce nombre de gouttes, en millilitres : $86\,400 \div 20 = 4\,320$ mL, soit 4,32 L.
Le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine est de $7 \times 4,32 = 30,24$ L.

3. Calculons le volume de la vasque.
La vasque a un diamètre intérieur de 40 cm, donc un rayon de 20 cm.
$\mathscr{V}_{\text{vasque}} = \pi \times 20^2 \times 15 = 6\,000\pi \approx 18\,849{,}6\,\text{cm}^3$, soit $18{,}849\,6\,\text{dm}^3$, donc $18,8496$ L, donc, au centilitre près, on a bien environ $18,85$ L.

4. Oui, la vasque va déborder, puisque le volume d'eau qui fuit est de 30,24 L, largement supérieur à la capacité de la vasque d'environ 18,85 L.

5. Le coefficient d'évolution entre 2004 et 2018 est de $c = \dfrac{v_{2018}}{v_{2004}} = \dfrac{148}{165} \approx 0,897$.

Le taux d'évolution est donc $t = c - 1 = \dfrac{-17}{165} \approx -0,103$.

Le taux est négatif, c'est normal, car on a bien eu une diminution, de 0,103, soit 10,3 %.

Au pourcent près, la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 a baissé de 10 %.