∽ Corrigé du baccalauréat Centres étrangers Groupe 1 17 mai 2022 ∾

Sujet 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Le sujet propose 4 exercices
Le candidat choisit 3 exercices parmi les 4 exercices et **ne doit traiter que ces 3 exercices**
Chaque exercice est noté sur 6 points (le total sera ramené sur 20 points).
La clarté et la précision de l'argumentation ainsi que la qualité de la rédaction sont notées sur 2 points.
Les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, seront prises en compte.

EXERCICE 1 6 points **Thème : Fonction exponentielle**

Principaux domaines abordés : Probabilités

Dans une station de ski, il existe deux types de forfait selon l'âge du skieur :

- un forfait JUNIOR pour les personnes de moins de 25 ans ;
- un forfait SENIOR pour les autres.

Par ailleurs, un usager peut choisir, en plus du forfait correspondant à son âge l'*option coupe-file* qui permet d'écourter le temps d'attente aux remontées mécaniques.
On admet que :

- 20 % des skieurs ont un forfait JUNIOR ;
- 80 % des skieurs ont un forfait SENIOR ;
- parmi les skieurs ayant un forfait JUNIOR, 6 % choisissent l'option coupe-file ;
- parmi les skieurs ayant un forfait SENIOR, 12,5 % choisissent l'option coupe-file.

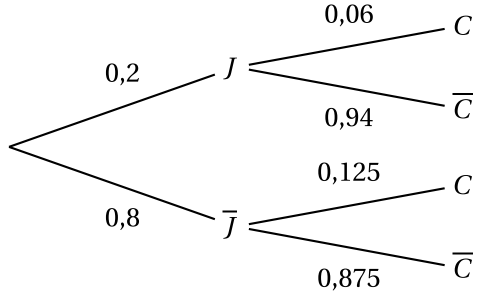
On interroge un skieur au hasard et on considère les évènements :

- J : « le skieur a un forfait JUNIOR » ;
- C : « le skieur choisit l'option coupe-file ».

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A

1.



2. $P(J \cap C) = P(J) \times P_J(C) = 0,2 \times 0,06 = 0,012$.
La probabilité de rencontrer un skieur de moins de 25 ans ayant le coupe-fil est égale à 0,012

3. On a aussi $P\left(\overline{J} \cap C\right) = P\left(\overline{J}\right) \times P_{\overline{J}}(C) = 0,8 \times 0,125 = 0,1$.

D'après la loi des probabilités totales;

$P(C) = P(J \cap C) + P\left(\overline{J} \cap C\right) = 0,012 + 0,1 = 0,112$.

4. Il faut trouver $P_C\left(\overline{J}\right) = \dfrac{P(C \cap P\left(\overline{J}\right)}{P(C)} = \dfrac{0,1}{0,112} \approx 0,892\,8$, soit 0,893 au millième près.

5. La probabilité d'interroger au hasard un skieur de moins de 25 ans ayant acheté le coups-file est égale à 0,012 sur une probabilité totale de 0,112 ce qui représente $\dfrac{0,012}{0,112} \approx 0,107$, soit moins de 11 %, donc moins de 15 % des titulaires du coups-file..

Partie B

On rappelle que la probabilité qu'un skieur choisisse l'option coupe-file est égale à 0,112.
On considère un échantillon de 30 skieurs choisis au hasard.
Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre des skieurs de l'échantillon ayant choisi t'option coupe-file.

1. On suppose qu'il y a assez de skieurs pour que chaque skieur ait une probabilité d'avoir choisi le coupe-file de 0,112 et que ces tirages sont indépendants. La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 30$ et $p = 0,112$.

2. On a $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{30}{0} \times 0,112^0 \times (1 - 0,112)^{30} = 1 - 0,888^{30} \approx 0,971\,6$ soit 0,972 au millième près.

3. On a $P(X \leqslant 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = 0,88^{30} + 30 \times 0,112 \times 0,888^{29} \approx 1\,355$, soit 0136 au millième près.

4. On sait que $\text{E}(X) = n \times p = 30 \times 0,112 = 3,36$.

En moyenne sur 30 skieurs rencontrés à peu près 3 ont pris le coupe-file.

EXERCICE 2 6 points — Thème : Fonction exponentielle

Principaux domaines abordés : Suites; Fonctions, Fonction logarithme.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Un récipient contenant initialement 1 litre d'eau est laissé au soleil.

Toutes les heures, le volume d'eau diminue de 15 %.

Au bout de quel nombre entier d'heures le volume d'eau devient-il inférieur à un quart de litre ?

a. 2 heures **b.** 8 heures . **c.** 9 heures **d.** 13 heures

Enlever 15 %, revient à multiplier par 0,85 $\left(1-\dfrac{15}{100}=\dfrac{85}{100}=0,85\right)$.

Il faut donc trouver $n\in\mathbb{N}$ tel que $1\times 0,85^n<0,25$ soit en prenant le logarithme népérien $n\ln 0,95<\ln 0,25 \iff n>\dfrac{\ln 0,25}{\ln 0,85}$.

Or $\dfrac{\ln 0,25}{\ln 0,85}\approx 8,5$: il faut donc attendre au moins la 9ᵉ heure.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=4\ln(3x)$.

Pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a :

a. $f(2x)=f(x)+\ln(24)-\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ **b.** $f(2x)=f(x)+\ln(16)$

c. $f(2x)=\ln(2)+f(x)$ **d.** $f(2x)=2f(x)$

On a $f(x)+\ln(16)=4\ln(3x)+\ln 2^4=\ln(3x)^4+\ln 2^4=\ln 2^4\times(3x)^4=\ln(6x)^4==4\ln(6x)=f(2x)$
Réponse **b.**.

3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x)=\frac{\ln(x)}{x-1}.$$

On note $\mathcal{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthogonal. La courbe $\mathcal{C}_g$ admet :

- Limite de la fonction g au voisinage de plus l'infini :

$g(x)=\dfrac{\ln x}{x}\times\dfrac{x}{x-1}$.

Or on sait que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ et que $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x-1}=1$, donc par produit de limites : $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}g(x)=0$: l'axe des abscisses est asymptote horizontale au voisinage de plus l'infini.

- Limite de la fonction g au voisinage de 1 : on a :

$g(x)=\dfrac{\ln(x)}{x-1}=\dfrac{\ln(x)-\ln(1)}{x-1}$, donc $\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{\ln(x)-\ln(1)}{x-1}=[\ln(x)]'_{x=1}$, nombre dérivé de la fonction logarithme népérien en $x=1$, soit $\dfrac{1}{1}=1$: il n'y a as d'asymptote verticale au voisinage de 1.
Réponse : **c.**

Dans la suite de l'exercice, on considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0\,;2]$ par :

$$h(x)=x^2(1+2\ln(x)).$$

On note $\mathcal{C}_h$ la courbe représentative de h dans un repère du plan.
On admet que h est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;2]$.
On note h' sa dérivée et h'' sa dérivée seconde.
On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $]0\,;2]$, on a :

$$h'(x)=4x(1+\ln(x)).$$

4. Sur l'intervalle $]0\,;2]$, la fonction h s'annule :

a. exactement 0 fois. **b.** exactement 1 fois.

c. exactement 2 fois. **d.** exactement 3 fois.

On a $h(x) = 0 \iff x^2(1+2\ln(x)) = 0 \iff \left\{\begin{array}{rcl} x^2 &=& 0\\ 1+2\ln(x) &=& 0\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ 1+2\ln(x) &=& 0\end{array}\right. \iff$
$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ 2\ln(x) &=& -1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ \ln(x) &=& -\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ x &=& \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}\end{array}\right.$

Comme 0 ne peut être solution et que $\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} \in]0~;~2]$, l'équation a une solution : réponse **b.**

5. Une équation de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$ est :

a. $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x$ **b.** $y = \left(6\sqrt{\mathrm{e}}\right).x + 2\mathrm{e}$
c. $y = 6\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$ **d.** $y = \left(6\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right).x - 4\mathrm{e}$.

Une équation de la tangente est $y - h\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right) = f'\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)\left(x - \sqrt{\mathrm{e}}\right)$.

- $h'\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right) = 4 \times \sqrt{\mathrm{e}}\left(1 + \ln\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)\right) = 4 \times \sqrt{\mathrm{e}} \times \left(1 + \dfrac{1}{2}\right) = 6\sqrt{\mathrm{e}}$.
- $h\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right) = \left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)^2\left(1 + 2\ln\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)\right) = \mathrm{e}\ln\left(1 + 2 \times \dfrac{1}{2}\ln\mathrm{e}\right) = \mathrm{e} \times (1+1) = 2\mathrm{e}$.

L'équation de la tangente s'écrit donc :
$y - 2\mathrm{e} = 6\sqrt{\mathrm{e}}\left(x - \sqrt{\mathrm{e}}\right) \iff y = 2\mathrm{e} + 6x\sqrt{\mathrm{e}} - 6\mathrm{e} \iff y = 6x\sqrt{\mathrm{e}} - 4\mathrm{e}$. Réponse **d.**

6. Sur l'intervalle $]0~;~2]$, le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}_h$ est égal à :

a. 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3

La fonction h' produit de fonctions dérivables sur $]0;2]$ est dérivable et sur cet intervalle :
$f''(x) = 4(1+\ln(x)) + 4x \times \dfrac{1}{x} = 4 + 4\ln(x)) + 4 = 8 + 4\ln(x) = 4(2+\ln(x))$.
De même $h'''(x) = \dfrac{4}{x}$. Sur l'intervalle $]0;2]$, $h'''(x) > 0$, donc $h''(x)$ est croissante et s'annule si $h''(x) = 0 \iff 2 + \ln(x) = 0 \iff \ln(x) = -2 \iff x = \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}} \approx 0,135 \in]0~;~2]$.
La dérivée seconde s'annule donc une seule fois sur l'intervalle $]0;2]$ en changeant de signe. Donc un seul point d'inflexion. Réponse **b.**

EXERCICE 3 6 points **Thème : Fonction exponentielle**

Principaux domaines abordés : Suites; Fonctions, Fonction exponentielle.

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x par :

$$f(x) = 1 + x - \mathrm{e}^{0,5x-2}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' sa dérivée.

1. **a.** On a $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 0,5x = -\infty$, donc $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 0,5x - 2 = -\infty$ et par composition de limites avec $X = 0,5x-2$, $\displaystyle\lim_{X\to-\infty} \mathrm{e}^X = -\infty$ et comme $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$ par somme de limites :
$\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

b. Démontrer que, pour tout réel x non nul, $f(x) = 1 + 0,5x\left(2 - \dfrac{\mathrm{e}^{0,5x}}{0,5x} \times \mathrm{e}^{-2}\right)$.

On a $f(x) = 1 + \left[x - \mathrm{e}^{0,5x-2}\right]$ et en factorisant $0,5x$ dans le crochet :

$f(x) = 1 + 0,5x\left[2 - \dfrac{\mathrm{e}^{0,5x-2}}{0,5x}\right] = 1 + 0,5x\left(2 - \dfrac{\mathrm{e}^{0,5x}}{0,5x} \times \mathrm{e}^{-2}\right)$.

En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.

Avec $X = 0,5x$, on a $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} 0,5x = +\infty$, d'où $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} X = +\infty$.

mais $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^X}{X} = +\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^X}{X} \times \mathrm{e}^{-2} = +\infty$, puis $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} -\frac{\mathrm{e}^X}{X} \times \mathrm{e}^{-2} = -\infty$ et enfin

$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{\mathrm{e}^X}{X} \times \mathrm{e}^{-2} = -\infty$

Enfin par produit de limites :

$$\left\{\begin{array}{l}\displaystyle\lim_{x\to+\infty} 0,5x = +\infty\\ \displaystyle\lim_{x\to+\infty} 2 - \frac{\mathrm{e}^X}{X} \times \mathrm{e}^{-2} = -\infty\end{array}\right. \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty.$$

2. a. f est une somme de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle :

$f'(x) = 1 - 0,5\mathrm{e}^{0,5x-2}$.

b. On a dans $\mathbb{R}$,

$f'(x) < 0 \iff 1 - 0,5\mathrm{e}^{0,5x-2} < 0 \iff 1 < 0,5\mathrm{e}^{0,5x-2} \iff 2 < \mathrm{e}^{0,5x-2}$. par croissance sur $\mathbb{R}_+^*$ de la fonction logarithme népérien $\ln 2 < 0,5x - 2 \iff 2 + \ln 2 < 0,5x \iff 4 + 2\ln 2 < x$.

Conclusion : $S =]4 + 2\ln(2)\ ;\ +\infty[$

3. On démontrerait de la même façon que $f'(x) > 0$ sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 4 + 2\ln 2[$.

La fonction f est donc croissante sur $]-\infty\ ;\ 4 + 2\ln 2[$ puis décroissante sur $]4 + 2\ln(2)\ ;\ +\infty[$.

$f(4 + 2\ln 2) = 1 + 4 + 2\ln 2 - \mathrm{e}^{2+\ln 2-2} = 5 + 2\ln 2 - \mathrm{e}^{\ln 2} = 5 + 2\ln 2 - 2 = 3 + 2\ln 2$. C'est le maximum de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Comme $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$ et $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \mathrm{e}^{0,5x-2} = 0$, on a par somme de limites $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

4. L'intervalle $[-1\ ;\ 0]$ est inclus dans l'intervalle $]-\infty\ ;\ 4 + 2\ln 2[$, donc est croissante sur cet intervalle de $f(-1) = 1 - 1 - \mathrm{e}^{-1,5} = -\mathrm{e}^{-1,5} < 0$ à $f(0) = 1 - \mathrm{e}^{-2} \approx 0,85 > 0$.

La fonction f étant continue puisque dérivable le théorème des valeurs intermédiaires montre qu'il existe un réel unique $\alpha \in [-1\ ;\ 0]$ tel que $f(\alpha) = 0$.

Partie B

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie à la partie A.

1. a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a :

$$u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4.$$

Initialisation : On a $u_0 = 0$, puis $u_1 = f(u_0) = f(0) = 1 - \mathrm{e}^{-2} \approx 0,85$.

On a donc bien pour $n = 0$: $u_0 \leqslant u_1 \leqslant 4$.

Hérédité : soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.

On a vu dans la partie A que sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 4 = 2\ln 2[$, donc sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 4[$, la fonction est croissante et l'hypothèse de récurrence donne

$f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(4)$.

Or $f(4) = 1 + 4 - \mathrm{e}^{2-2} = 5 - 1 = 4$.

On a donc $u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 4$: l'encadrement est vrai au rang $n+1$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang 0, et s'il est vrai pour $n \in \mathbb{N}$, il l'est aussi pour $n+1$. Le principe de récurrence montre donc que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\quad u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$.

b. Le résultat précédent montre que la suite (u_n) est croissante et majorée par 4 : elle donc convergente vers une limite ℓ telle que $\ell \leqslant 4$.

2. **a.** $\ell = f(\ell) \iff \ell = 1 + \ell - \mathrm{e}^{0,5\ell-2} \iff \mathrm{e}^{0,5\ell-2} = 1 \iff 0,5\ell - 2 = 0$ (par croissance de la fonction logarithme népérien sur $\mathbb{R}_+^*$), d'où $0,5\ell = 2 \iff \ell = 4$.

La suite (u_n) a pour limite 4.

b.

L'algorithme calcule les premiers termes de la suite (u_n) jusqu'à celui qui est supérieur à 3,99 : 12 signifie que u_{12} est le premier terme supérieur à 3,99.

EXERCICE 4 6 points **Thème : Fonction exponentielle**

Principaux domaines abordés : Géométrie dans l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.

On considère les points A(5 ; 0 ; −1), B(1 ; 4 ; −1), C(1 ; 0 ; 3), D(5 ; 4 ; 3) et E(10 ; 9 ; 8).

1. **a.**
- On a R(3 ; 2 ; −1) ;
- $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}$.

b. Si $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est un vecteur normal au plan $\mathscr{P}_1$ on sait qu'une équation de ce plan est :

$-4x + 4y + 0z = d$, avec $d \in \mathbb{R}$.

Comme $\mathrm{R}(3\,;\,2\,;\,-1) \in \mathscr{P}_1 \iff -12 + 8 + 0 = d \iff d = -4$.

Donc $M(x\,;\,y\,;\,z) \in \mathscr{P}_1 \iff -4x + 4y = -4 \iff x - y - 1 = 0$.

c. Démontrer que le point E appartient au plan $\mathscr{P}_1$ et que EA = EB. On a $\mathrm{E}(10\,;\,9\,;\,8) \in \mathscr{P}_1 \iff 10 - 9 - 1 = 0$: cette égalité est vraie.

D'autre part $\overrightarrow{\mathrm{EA}}\begin{pmatrix}-5\\-9\\-9\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EB}}\begin{pmatrix}-9\\-5\\-9\end{pmatrix}$.

On en déduit : $\mathrm{EA}^2 = 25 + 81 + 81 = 187$ et $\mathrm{EA}^2 = 81 + 25 + 81 = 187$.

$\mathrm{EA}^2 = \mathrm{EB}^2 \Rightarrow \mathrm{EA} = \mathrm{EB}$.

2. On considère le plan $\mathscr{P}_2$ d'équation cartésienne $x - z - 2 = 0$.

a. On a vu que le plan $\mathscr{P}_1$ a pour vecteur normal $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}$.

Le plan $\mathscr{P}_2$ a pour vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$.

Ces deux vecteurs directeurs ne sont pas colinéaires, donc $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ ne sont pas parallèles, ils sont donc sécants.

b. Si $M(x\ ;\ y;\ z)$ est commun aux deux plans ses coordonnées vérifient les équations des deux plans, donc le système :

$\left\{\begin{array}{rcl} x-y-1 &=& 0\\ x-z-2 &=& 0\end{array}\right.$. En posant $z=t$ le système devient :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x-y-1 &=& 0\\ x-z-2 &=& 0\\ z &=& t\end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{rcl} x-1 &=& y\\ x &=& z+2\\ z &=& t\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} x-1 &=& y\\ x &=& t+2\\ z &=& t\end{array}\right. \iff$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} t+2-1 &=& y\\ x &=& t+2\\ z &=& t\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl} y &=& t+1\\ x &=& t+2\\ z &=& t\end{array}\right., \text{ avec } t\in\mathbb{R}.$$

Si $\Omega(x\ ;\ y\ ;\ z)$ est commun à la droite Δ et au plan $\mathscr{P}_3$ ses coordonnées vérifient l'équation du plan et les équations paramétriques de la droite, soit le système :

$\left\{\begin{array}{rcl} y &=& t+1\\ x &=& t+2\\ z &=& t\\ y+z-3 &=& 0\end{array}\right.$. En remplaçant x, y, z par leurs expressions en fonction de t dans l'équation du plan on obtient :

$t+1+t-3=0 \iff 2t-2=0 \iff 2t=2 \iff t=1$.

On a donc $\Omega\,(3\ ;\ 2\ ;\ 1)$.

Si S et T sont deux points distincts de l'espace, on rappelle que l'ensemble des points M de l'espace tels que MS = MT est un plan, appelé plan médiateur du segment [ST]. On admet que les plans $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_3$ sont les plans médiateurs respectifs des segments [AB], [AC] et [AD].

3. **a.** Sans admettre que les plans $\mathscr{P}_1$, $\mathscr{P}_2$ et $\mathscr{P}_3$ sont les plans médiateurs respectifs des segments [AB], [AC] et [AD], on peut calculer :

$\overrightarrow{\Omega\text{A}}\begin{pmatrix}2\\-2\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\Omega\text{B}}\begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\Omega\text{C}}\begin{pmatrix}-2\\-2\\2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{\Omega\text{D}}\begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}$.

On a donc $\Omega\text{A}^2 = 4+4+4 = 12$, $\Omega\text{B}^2 = 12$, $\Omega\text{C}^2 = 12$, $\Omega\text{D}^2 = 12$ et par conséquent :

$\Omega\text{A} = \Omega\text{B} = \Omega\text{C} = \Omega\text{D} = \sqrt{12} = \sqrt{4\times 3} = 2\sqrt{3}$.

b. Le résultat précédent montre que Ω est équidistant de A, B, C et D donc est le centre de la sphère de rayon $2\sqrt{3}$ contenant A, B, C et D.