Corrigé du Baccalauréat Centres Étrangers J1 bis

7 juin 2024

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 4 points

Affirmation 1 : Fausse. En effet :

Dérivons la fonction f (qui est dérivable sur $\mathbb{R}$, en tant que somme d'une fonction polynôme, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, et d'une fonction composée d'une fonction linéaire suivie de la fonction exponentielle, toutes deux définies et dérivables sur $\mathbb{R}$).

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) = 2\,\mathrm{e}^{2x} - 6.$

$$\text{Donc :}\quad \forall x \in \mathbb{R},\quad \begin{aligned} f'(x) - 2f(x) &= \left(2\,\mathrm{e}^{2x} - 6\right) - 2\left(\mathrm{e}^{2x} - 6x + 1\right)\\ &= 2\,\mathrm{e}^{2x} - 6 - 2\,\mathrm{e}^{2x} + 12x - 2 \quad \text{en distribuant le } -2\\ &= 12x - 8 \end{aligned}$$

Ainsi, on a $f' - 2f$ qui est la fonction $x \longmapsto 12x - 8$, qui est différente de la fonction $x \longmapsto -6x + 1$, donc f n'est pas une solution de l'équation différentielle (E).

Affirmation 2 : Fausse En effet :

En posant la suite (v_n), suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison $q = \dfrac{3}{4}$, on a donc : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_n = 1 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^n = \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$

Et donc : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n.$

En utilisant la formule connue pour déterminer la somme des $(n+1)$ premiers termes d'une suite géométrique, on a :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 1 \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\frac{1}{4}} = 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right).$$

Comme on a : $0 < \dfrac{3}{4} < 1$, on en déduit : $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} = 0.$

Puis, par limite de la somme, on a : $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} = 1.$

Et, enfin, par limite du produit : $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} 4\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right) = 4.$

La limite de la suite est donc finie (et vaut 4).

Affirmation 3 : Fausse. En effet :

La fonction `suite()` part d'une variable `S` qui prend une valeur égale à 0, puis effectue une boucle `for`, qui va ajouter à ce 0 des puissances de $\dfrac{3}{4}$ (l'instruction `a**b` signifie a^b).

Il y a ici deux problèmes dans cette fonction pour que `suite(50)` renvoie la valeur u_{50}.

- La première erreur, est qu'au lieu d'ajouter des puissances successives de $\frac{3}{4}$, on ajoute toujours la même puissance de $\frac{3}{4}$. L'appel `suite(50)` ajoute $\left(\frac{3}{4}\right)^{50}$ à chaque exécution de la boucle `for`, au lieu d'ajouter $\left(\frac{3}{4}\right)^{0}$, puis $\left(\frac{3}{4}\right)^{1}$, puis $\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$ et ainsi de suite jusqu'à $\left(\frac{3}{4}\right)^{50}$.
- La seconde erreur est que le nombre u_{50} est la somme des 51 premières puissances de $\frac{3}{4}$ (de la puissance 0 à la puissance 50), et la boucle `for` ici s'exécutera 50 fois seulement, et pas 51 fois.

Pour que l'appel `suite(50)` renvoie u_{50}, il faudrait une fonction comme celle-ci :

```
1 def suite(k):
2   S=0
3   for i in range(k+1):
4     S=S+(3/4)**i
5   return S
```

La ligne 3 modifiée permet d'exécuter la boucle `for` 51 fois (la variable `i` commencera à la valeur 0, puis augmentera d'unité en unité jusqu'à atteindre la valeur strictement inférieure à `k+1`, donc d'atteindre la valeur `k`).

La ligne 4 modifiée fait qu'à chaque exécution de la boucle for, on va ajouter une puissance différente de la raison, avec un exposant de plus en plus élevé.

Remarques : l'instruction `range(k+1)` a exactement le même effet que `range(0,k+1)`.

On peut aussi trouver d'autres fonctions, avec un code différent qui auront le même effet. Il n'est pas nécessaire pour répondre à la question de donner une fonction correcte : pointer l'une des deux erreurs commises suffit à montrer que l'appel `suite(50)` ne produit pas l'effet escompté.

Affirmation 4 : Vraie. En effet :

Quel que soit le réel a, la fonction f est définie et dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$, en tant que somme d'une fonction linéaire et du produit de la fonction ln par un réel, toutes fonctions définies et dérivables sur l'intervalle considéré.

Soit a un réel :

On a : $\forall x \in]0;+\infty[, \quad f'(x) = a \times \frac{1}{x} - 2 = \frac{a}{x} - 2.$

Notamment, pour $x = 1 \quad f'(1) = \frac{a}{1} - 2 = a - 2.$

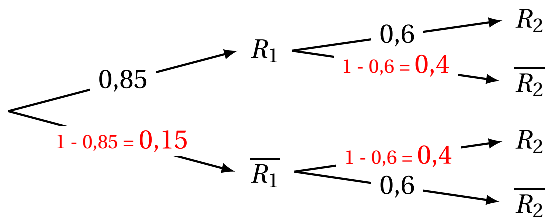
La tangente à C au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses si et seulement si $f'(1) = 0$, c'est-à-dire si et seulement si $a = 2$.

Il existe donc une (unique) valeur de a telle que la tangente à C au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2 — 5 points

Partie A

1. La situation peut être représentée par l'arbre pondéré ci-contre :



2. Les évènement R_1 et $\overline{R_1}$ partitionnent l'univers, donc, d'après la loi des probabilités totales, on a :

   $P(R_2) = P\left(R_2 \cap R_1\right) + P\left(R_2 \cap \overline{R_1}\right) = 0{,}85 \times 0{,}6 + 0{,}15 \times 0{,}4 = 0{,}57.$

   Ceci confirme que la probabilité de l'évènement R_2 est égale à 0,57.

3. Sachant que le joueur a réussi le deuxième service, la probabilité qu'il ait raté le premier est la probabilité conditionnelle : $P_{R_2}\left(\overline{R_1}\right)$.

   D'après la définition : $P_{R_2}\left(\overline{R_1}\right) = \dfrac{P\left(R_2 \cap \overline{R_1}\right)}{P(R_2)} = \dfrac{0{,}15 \times 0{,}4}{0{,}57} = \dfrac{0{,}06}{0{,}57} = \dfrac{6}{57} = \dfrac{2}{19}$.

   (puisqu'il n'y a pas de consigne d'arrondi dans l'énoncé, *a priori*, c'est la valeur exacte, fractionnaire, qui est attendue).

4. **a.** Voici le tableau donnant la loi de probabilité de Z.

z_i	0	1	2
évènement	$\overline{R_1} \cap \overline{R_2}$	$\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) \cup \left(R_1 \cap \overline{R_2}\right)$	$R_1 \cap R_2$
$P(Z = z_i)$	$0{,}15 \times 0{,}6 = 0{,}09$	$0{,}15 \times 0{,}4 + 0{,}85 \times 0{,}4 =$ $0{,}06 + 0{,}34 = 0{,}4$	$0{,}85 \times 0{,}6 = 0{,}51$

   b. L'espérance mathématique $\mathrm{E}(Z)$ est donc :

   $E(Z) = 0{,}09 \times 0 + 0{,}4 \times 1 + 0{,}51 \times 2 = 1{,}42.$

   Ce résultat, dans le contexte de l'exercice, signifie que, dans ces conditions, le nombre moyen de services réussis sur les deux premiers services de la séance d'entraînement est de 1,42.

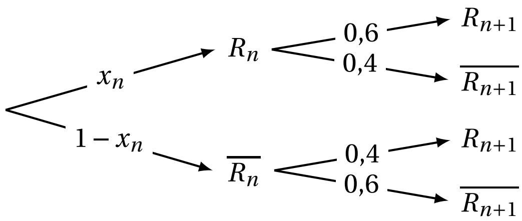
   (Ici, le nombre 1,42 n'a pas a être arrondi à l'entier, car il ne représente pas un nombre réel ou réaliste de services réussis, mais une *moyenne* théorique, établie sur les deux premiers services d'un grand nombre d'entraînements réalisés dans les mêmes conditions).

Partie B

1. **a.** D'après l'énoncé, on a les probabilités conditionnelles suivantes :

   - $P_{R_n}(R_{n+1}) = 0{,}6$: c'est la situation « si le joueur réussit un service (ici, le service n) alors la probabilité qu'il réussisse le suivant (ici, le service $(n+1)$) est égale à 0,6 ».
   - $P_{\overline{R_n}}\left(\overline{R_{n+1}}\right) = 0{,}6$. Là, c'est la situation « si le joueur ne réussit pas un service (ici, le service n) alors la probabilité qu'il ne réussisse pas le suivant (ici, le service $(n+1)$) est égale à 0,6 ».

b. On peut visualiser la situation par l'arbre pondéré ci-contre :



R_n et $\overline{R_n}$ partitionnant l'univers, d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= P(R_{n+1}) \\ &= P\left(R_{n+1}\cap R_n\right) + P\left(R_{n+1}\cap \overline{R_n}\right) \\ &= x_n \times 0{,}6 + (1-x_n)\times 0{,}4 \\ &= 0{,}6x_n + 0{,}4 - 0{,}4x_n \\ &= 0{,}2x_n + 0{,}4. \end{aligned}$$

On a bien établi la relation de récurrence attendue pour la suite (x_n).

2. **a.** Puisque l'on a, pour tout entier naturel non nul $u_n = x_n - 0{,}5$, il est équivalent de dire que l'on a $u_n + 0{,}5 = x_n$.

Cherchons à établir la relation de récurrence de la suite (u_n). Soit n un entier naturel non nul :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= x_{n+1} - 0{,}5 && \text{d'après la définition de la suite } (u_n) \\ &= \left(0{,}2x_n + 0{,}4\right) - 0{,}5 && \text{d'après la relation de récurrence de } (x_n) \\ & && (\text{voir } \textbf{B 1. b.}) \\ &= 0{,}2\left(u_n + 0{,}5\right) + 0{,}4 - 0{,}5 && \text{d'après la définition de la suite } (u_n) \\ &= 0{,}2u_n + 0{,}2\times 0{,}5 - 0{,}1 \\ &= 0{,}2u_n + 0{,}1 - 0{,}1 \\ &= 0{,}2u_n \end{aligned}$$

Cette relation de récurrence est celle d'une suite géométrique, de raison $q = 0{,}2$ et de premier terme $u_1 = x_1 - 0{,}5 = 0{,}85 - 0{,}5 = 0{,}35$.

b. Puisque l'on sait que (u_n) est géométrique, on a :

$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n = u_1 \times q^{n-1} = 0{,}35 \times 0{,}2^{n-1}$.

Et comme, pour tout n naturel non nul $u_n + 0{,}5 = x_n$: $\quad x_n = 0{,}5 + 0{,}35 \times 0{,}2^{n-1}$

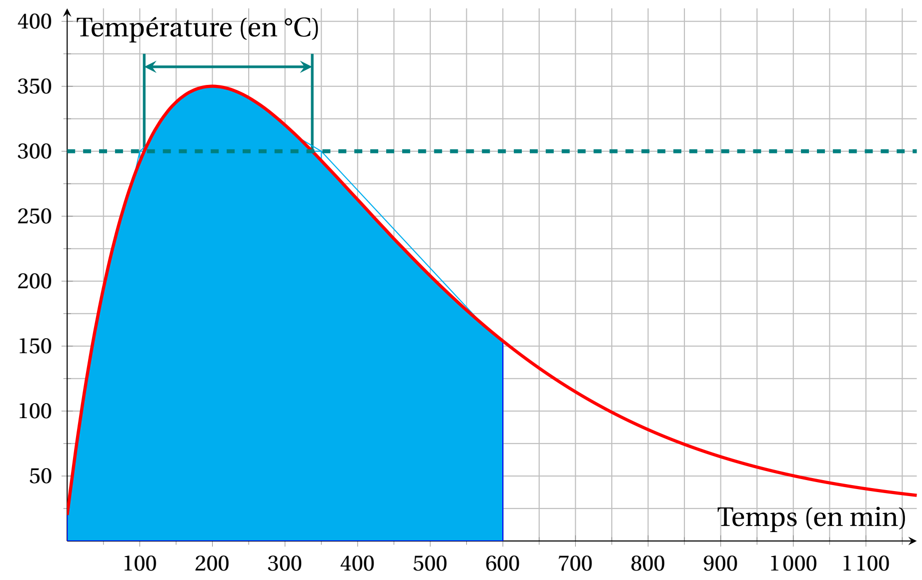
Comme on a $0 < 0{,}2 < 1$, on en déduit : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$,

et donc, par limite de la somme : $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} x_n = 0{,}5$.

c. Dans le contexte de l'exercice, cela signifie qu'au bout d'un grand nombre de services, la probabilité de réussir un service tend à se stabiliser aux alentours de 0,5, ou bien encore qu'au bout d'un grand nombre de services, le joueur aura tendance à réussir un service sur 2.

Exercice 3 7 points

Partie 1 : appareil de la marque A



1. Le point le plus haut de la courbe est à (200 ; 350), c'est donc au bout de 200 minutes (soit 3 h 20 min) que la température maximale (de 350 °C) est atteinte.
2. (voir les tracés en vert pour la justification).

   On mesure environ 2 cm de large sur lesquels la courbe est au dessus de la droite d'équation $y = 300$, donc, avec 1 000 minutes représentées par 9,5 cm, on en déduit que la durée pendant laquelle la température à l'intérieur du foyer dépasse 300 °C est d'environ : $\dfrac{2{,}2 \times 1\,000}{9{,}5} \approx 232$ minutes.

   (Ici, la précision de la lecture pouvait donner des résultats assez variables, une différence d'un millimètre dans la lecture donnant environ 11 minutes d'écart).
3. Si f est la fonction représentée sur le graphique, manifestement à valeurs positives sur l'intervalle $[0\ ;\ 600]$, alors $\dfrac{1}{600}\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t$ est la mesure de la surface de la zone colorée sur le graphique, délimitée par l'axe des abscisses, la courbe représentant f, et les droites verticales d'équation $x = 0$ et $x = 600$, exprimée en unités d'aires.

   On peut donc compter les carreaux colorés, ce sera une estimation, bien sûr, en délimitant des zones, pour ne pas compter individuellement les carreaux. Avec le découpage proposé en bleu, on compte 123,5 carreaux colorés, et donc, un carreau représentant une largeur de 50 unités pour une hauteur de 25 unités, chaque carreau correspond à 1 250 unités d'aire.

   Une estimation de l'intégrale est donc de : $1\,250 \times 123{,}5 = 154\,375$ unités d'aire.

   On a donc : $\dfrac{1}{600}\displaystyle\int_0^{600} f(t)\,\mathrm{d}t \approx \dfrac{1}{600} \times 154\,375 \approx 257{,}3$.

   Le quotient de l'intégrale de 0 à 600 de la fonction par 600 (qui est l'amplitude de l'intervalle de 0 à 600) fait que la valeur demandée est exactement la définition de la *valeur moyenne* de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 600]$.

   On peut donc interpréter notre estimation en disant que, au cours des 10 premières heures (de 0 à 600 minutes, donc), la température moyenne de l'intérieur du foyer est donc de 257 °C, environ.

Partie 2 : étude d'une fonction

1. Pour tout t réel strictement positif, on a :

$g(t) = 10 \times (-100) \times (-0{,}01t)\,\mathrm{e}^{-0{,}01t} + 20 = -1000 \times (-0{,}01t)\,\mathrm{e}^{-0{,}01t} + 20$

Comme $-0{,}01 < 0$, $\quad \lim\limits_{t \to +\infty} -0{,}01t = -\infty$.

Par composition (en posant $y = -0{,}01t$) : $\quad \lim\limits_{t \to +\infty} -0{,}01t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t} = \lim\limits_{y \to -\infty} y\,\mathrm{e}^{y} = 0$.

La limite $\lim\limits_{y \to -\infty} y\,\mathrm{e}^{y} = 0$ est connue par la propriété des croissances comparées.

Finalement, par limite du produit et de la somme, on a :

$\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = -1\,000 \times 0 + 20 = 20$.

2. **a.** Pour tout t réel positif, on pose : $\quad u(t) = 10t \quad$ et $\quad v(t) = \mathrm{e}^{-0{,}01t}$,

donc on a, pout t réel positif : $\quad u'(t) = 10 \quad$ et $\quad v'(t) = -0{,}01 \times \mathrm{e}^{-0{,}01t}$.

$g = u \times v + 20$, $\quad$ donc $\quad g' = u'v + v'u + 0$

On a donc, pour t réel positif :

$$\begin{aligned} g'(t) &= 10 \times \mathrm{e}^{-0{,}01t} + \left(-0{,}01\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right) \times 10t \\ &= \left(10 - 0{,}01 \times 10t\right)\mathrm{e}^{-0{,}01t} \\ &= \left(-0{,}1t + 10\right)\mathrm{e}^{-0{,}01t}. \end{aligned}$$

b. La fonction exponentielle étant à valeurs strictement positives, on en déduit que, pour tout réel t positif, on a : $\quad \mathrm{e}^{-0{,}01t} > 0 \quad$ et donc $g'(x)$ a le signe de $(-0{,}1t + 10)$.

$$\begin{aligned} -0{,}1t + 10 > 0 &\iff -0{,}1t > -10 \\ &\iff t < 100, \quad \text{car } -0{,}1 < 0 \end{aligned}$$

La fonction g est donc strictement croissante sur l'intervalle $[0;100]$, puis strictement décroissante sur $[100\,;\,+\infty[$.

On calcule $g(0) = 10 \times 0 \times \mathrm{e}^{0} + 20 = 20$ et $g(100) = 10 \times 100 \times \mathrm{e}^{-1} + 20 = 1000\,\mathrm{e}^{-1} + 20$ (avec $g(100) \approx 388$).

On peut donc établir le tableau de variations suivant :

x	0		100		$+\infty$
signe de $g'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de g	20	$\nearrow$	$1000\,\mathrm{e}^{-1} + 20$	$\searrow$	20

3.
- Sur $[0\,;\,100]$, la fonction g est continue (car dérivable), strictement croissante et 300 est une valeur intermédiaire entre $g(0) = 20$ et $g(100) \approx 388$, donc en appliquant le corollaire au théorème des valeurs intermédiaires appliqué aux fonctions strictement monotones, on en déduit que 300 admet un unique antécédent par g dans l'intervalle $[0;100]$ (et cet antécédent n'est pas 100, dont l'image n'est pas 300).
- De même, sur $[100;+\infty[$, g reste continue, est cette fois strictement décroissante, et 300 est une valeur strictement intermédiaire entre $g(100) \approx 388$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 20$, donc d'après le même corollaire, 300 admet un unique antécédent par g sur $[100\,;\,+\infty[$.

Ainsi, l'équation $g(t) = 300$ admet exactement deux solutions distinctes sur $[\,0\,;\,+\infty[$: une strictement inférieure à 100, l'autre strictement supérieure à 100.

Avec la calculatrice, on a des valeurs approchées qui sont : 43 et 193.

4. $$\begin{aligned}\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t &= \int_0^{600}\left(10t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}+20\right)\mathrm{d}t\\ &= 10\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t+\int_0^{600}20\,\mathrm{d}t \quad \text{par linéarité de l'intégrale}\\ &= 10\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t+20\times 600\\ &= 12\,000+10\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t\end{aligned}$$

Ensuite, on pose, pour tout réel positif t : $u(t)=t$ et $v'(t)=\mathrm{e}^{-0{,}01t}$.

On a alors : $u'(t)=1$ et, par exemple, $v(t)=-100\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}$.

Avec ces fonctions u et v ainsi introduites, on a :

$\displaystyle\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t=\int_0^{600}u(t)\times v'(t)\,\mathrm{d}t.$

D'après la propriété d'intégration par parties, on en déduit :

$$\begin{aligned}\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t &= \Big[u(t)\times v(t)\Big]_0^{600}-\int_0^{600}u'(t)\times v(t)\,\mathrm{d}t\\ &= \Big[t\times(-100)\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\Big]_0^{600}-\int_0^{600}1\times(-100)\times\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t\\ &= -100\Big[t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\Big]_0^{600}+100\int_0^{600}\mathrm{e}^{-0{,}01t}\,\mathrm{d}t\\ &= -100\Big(600\,\mathrm{e}^{-6}-0\,\mathrm{e}^{0}\Big)+100\Big[-100\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\Big]_0^{600}\\ &= -60\,000\,\mathrm{e}^{-6}-10\,000\Big(\mathrm{e}^{-6}-\mathrm{e}^{0}\Big)\\ &= -60\,000\,\mathrm{e}^{-6}-10\,000\Big(\mathrm{e}^{-6}-1\Big)\\ &= 10\,000-70\,000\,\mathrm{e}^{-6}\end{aligned}$$

Ainsi, en reprenant le calcul de départ, et en y intégrant ce dernier résultat :

$$\begin{aligned}\int_0^{600}g(t)\,\mathrm{d}t &= 12\,000+10\int_0^{600}\left(t\,\mathrm{e}^{-0{,}01t}\right)\mathrm{d}t\\ &= 12\,000+10\Big(10\,000-70\,000\,\mathrm{e}^{-6}\Big)\\ &= 112\,000-700\,000\,\mathrm{e}^{-6}\end{aligned}$$

(On a une valeur approchée pour cette intégrale de 110 265, à l'unité près.)

Partie 3 : évaluation

Reprenons les résultats de la partie A (pour l'appareil A) et de la partie B (pour l'appareil B) afin de voir quels critères sont satisfaits :

— Critère 1 : la température maximale est supérieure à 320 °C.

  Validé pour les deux appareils (on a une température maximale d'environ 350 ° C pour l'appareil A, environ 388 ° C pour l'appareil B).

— Critère 2 : la température maximale est atteinte en moins de 2 heures.

  Validé pour l'appareil B, qui atteint sa température maximale pour $t = 100$ minutes après l'allumage, soit 1 h 40 min après l'allumage. L'appareil A, lui, n'atteint sa température maximale qu'au bout de 200 minutes, soit 3 h 20 min.

— Critère 3 : la température moyenne durant les 10 premières heures après l'allumage dépasse 250 ° C.

  Validé pour l'appareil A, on a une température moyenne sur les 10 premières heures d'environ 250 ° C.

Pour l'appareil B, déterminons la température moyenne :

$\mu = \dfrac{1}{600}\displaystyle\int_0^{600} g(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{112\,000 - 700\,000\,\mathrm{e}^{-6}}{600} \approx 184$. L'appareil B ne valide pas ce critère, sa température moyenne pour les dix premières heures après l'allumage n'est que d'environ 184 °C.

— Critère 4 : la température à l'intérieur du foyer ne doit pas dépasser 300°C pendant plus de 5 heures.

Ce critère est validé pour l'appareil A, on avait trouvé une durée totale au dessus de 300 ° C d'environ 233 minutes, soit 3 h 53.

Pour l'appareil B, entre les variations de la fonction g et les antécédants de 300 approchés, on a une durée au-dessus de 300° C de $193 - 43 = 150$ minutes, soit 2 h 30 min : le critère est vérifié également.

Les deux appareils obtiennent bien exactement trois étoiles : tous les critères sauf le n° 2 sont validés par l'appareil A, et pour l'appareil B, ce sont tous les critères, sauf le n° 3.

Exercice 4 — 4 points

1. L'avion n° 1 parcourt la distance AO.

Comme le repère est orthonormé, d'unité graphique 1 mètre, on a :

$\text{AO} = \sqrt{(x_{\text{A}} - x_{\text{O}})^2 + (y_{\text{A}} - y_{\text{O}})^2 + (z_{\text{A}} - z_{\text{O}})^2} = \sqrt{0^2 + 200^2 + 0^2} = 200$ m.

On a par ailleurs : $\text{BC} = \sqrt{(87 - (-33))^2 + (75 - 75)^2 + (-116 - 44)^2}$

$\text{BC} = \sqrt{120^2 + 0^2 + (-160)^2} = \sqrt{40\,000} = 200$ m.

Les deux avions parcourent donc la même distance (200 m), ils le font à la même vitesse (200 m/s), et donc ils vont mettre le même temps à le faire (1 s).

2. Donnons une représentation paramétrique des segments [OA] et [BC]

On a : O(0 ; 0 ; 0) et $\overrightarrow{\text{OA}}\begin{pmatrix}0\\200\\0\end{pmatrix}$,

donc une représentation paramétrique de [OA] est : $\begin{cases} x = 0\\ y = 200t \qquad t \in [0\,;\,1]\\ z = 0\end{cases}$

Par ailleurs : B(−33 ; 75 ; 44) et $\overrightarrow{\text{BC}}\begin{pmatrix}120\\0\\-160\end{pmatrix}$,

donc une représentation paramétrique de [BC] est : $\begin{cases} x = -33 + 120s\\ y = 75 \qquad s \in [0;1]\\ z = 44 - 160s\end{cases}$

Les segments ont un point commun si le système : $\begin{cases} 0 = -33 + 120s\\ 200t = 75\\ 0 = 44 - 160s\end{cases}$ a une solution.

$$\begin{cases} 0=-33+120s\\ 200t=75\\ 0=44-160s \end{cases} \iff \begin{cases} 120s=33\\ t=\dfrac{75}{200}\\ 160s=44 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} s=\dfrac{33}{120}\\ t=\dfrac{3}{8}\\ s=\dfrac{44}{160} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} s=\dfrac{11}{40}\\ t=\dfrac{3}{8}\\ s=\dfrac{11}{40} \end{cases}$$

Le système a effectivement une unique solution, les deux trajectoires ont donc bien un point commun, qui est le point de paramètre $t=\dfrac{3}{8}$ sur [0A], qui est aussi le point de paramètre $s=\dfrac{11}{40}$ sur [BC], c'est le point de coordonnées $(0~;~75~;~0)$.

3. Les représentations paramétriques choisies sont aussi les équations horaires des deux avions (pour $t=0$, on obtient le point de coordonnées (50 ; 0 ; 0) sur le segment [OA], c'est le point O, donc le départ de l'avion 1. Pour $t=1$, on obtient le point de coordonnées (0 ; 200 ; 0), c'est-à-dire A, auquel l'avion arrive après 1 seconde.

De même pour $s=0$, l'avion n$^{\text{o}}$ 2 est en B, et pour $s=1$, l'avion arrive en C, là aussi après une seconde.

Les deux avions n'arriveront pas au point commun de leurs trajectoires au même moment : l'avion n$^{\text{o}}$ 1 y arrive au bout de $\dfrac{3}{8}$ s, quand l'avion n$^{\text{o}}$ 2 y arrive au bout de $\dfrac{11}{40}$ s, soit $\dfrac{1}{10}$ de seconde après, en effet $\dfrac{3}{8}-\dfrac{11}{40}=\dfrac{15}{40}-\dfrac{11}{40}=\dfrac{4}{40}=\dfrac{1}{10}$.
En un dixième de seconde, l'avion n$^{\text{o}}$ 1 sera donc déjà 20 m plus loin, il est donc raisonnable de penser que les avions ne se percuteront pas (les avions de voltige aérienne ne sont pas de gros avions, généralement), mais ils passeront très proches l'un de l'autre (ce qui est le principe des démonstrations de voltige aérienne).