





1. Déterminer les limites de  $h$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
2. Étudier les variations de  $h$  et dresser son tableau de variation.
3. En déduire que :  
si  $a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $0 < a < b$  alors  $h(a) - h(b) < 0$ .

**Partie B :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = e^x$$

On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0.

Dans la suite de l'exercice on s'intéresse à l'écart entre  $T$  et  $\mathcal{C}_f$  au voisinage de 0.

Cet écart est défini comme la différence des ordonnées des points de  $T$  et  $\mathcal{C}_f$  de même abscisse.

On s'intéresse aux points d'abscisse  $\frac{1}{n}$ , avec  $n$  entier naturel non nul.

On considère alors la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel non nul  $n$  par :

$$u_n = \exp\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n} - 1$$

- 2.
3. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .
4. a. Démontrer que, pour tout entier naturel non nul  $n$ ,

$$u_{n+1} - u_n = h\left(\frac{1}{n+1}\right) - h\left(\frac{1}{n}\right)$$

où  $h$  est la fonction définie à la partie A.

- b. En déduire le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .

5. Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées à  $10^{-9}$  des premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

$n$	$u_n$
1	0,718281828
2	0,148721271
3	0,062279092
4	0,034025417
5	0,021402758
6	0,014693746
7	0,010707852
8	0,008148453
9	0,006407958
10	0,005170918

Donner la plus petite valeur de l'entier naturel  $n$  pour laquelle l'écart entre  $T$  et  $\mathcal{E}_f$  semble être inférieur à  $10^{-2}$ .

**EXERCICE 4 7 points****Thème : Probabilités**

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Au cours de la fabrication d'une paire de lunettes, la paire de verres doit subir deux traitements notés T1 et T2.

**Partie A**

On prélève au hasard une paire de verres dans la production.

On désigne par  $A$  l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 ».

On désigne par  $B$  l'évènement : « la paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 ».

On note respectivement  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  les évènements contraires de  $A$  et  $B$ .

Une étude a montré que :

- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T1 notée  $P(A)$  est égale à 0,1.
- la probabilité qu'une paire de verres présente un défaut pour le traitement T2 notée  $P(B)$  est égale à 0,2.
- la probabilité qu'une paire de verres ne présente aucun des deux défauts est 0,75.

1. Recopier et compléter le tableau suivant avec les probabilités correspondantes. AA B B Total  
Total 1
2.
  - a. Déterminer, en justifiant la réponse, la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour au moins un des deux traitements T1 ou T2.
  - b. Donner la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente deux défauts, un pour chaque traitement T1 et T2.
  - c. Les évènements A et B sont-ils indépendants? Justifier la réponse.
3. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour un seul des deux traitements.
4. Calculer la probabilité qu'une paire de verres, prélevée au hasard dans la production, présente un défaut pour le traitement T2, sachant que cette paire de verres présente un défaut pour le traitement T1.

**Partie B**

On prélève, au hasard, un échantillon de 50 paires de verres dans la production. On suppose que la production est suffisamment importante pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de ce type, associe le nombre de paires de verres qui présentent le défaut pour le traitement T1.

1. Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale et préciser les paramètres de cette loi.

2. Donner l'expression permettant de calculer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, exactement 10 paires de verres qui présentent ce défaut.  
Effectuer ce calcul et arrondir le résultat à  $10^{-3}$ .
3. En moyenne, combien de paires de verres ayant ce défaut peut-on trouver dans un échantillon de 50 paires?