# Interrogation de mathématiques n°2

## Exercice 1 – 3 points

Déterminer les limites suivantes en justifiant les résultats :

**a.** $\lim\limits_{\substack{x\to 1 \\ x>1}} \dfrac{x-e^x}{x-1}$ **b.** $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-6}{(x-2)(x-5)}$ **c.** $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{\dfrac{1}{4}+e^{-x}}$

## Exercice 2 – 3 points

Déterminer la dérivée des fonctions suivantes en justifiant les résultats :

**a.** $f(x)=\sqrt{x^2+1}$ **b.** $g(x)=\left(x^2+3x\right)^5$ **c.** $h(x)=\sin\left(e^x+e^{-x}\right)$

## Exercice 3 – 4 points

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^5-5x^4$ et $C_f$ sa courbe représentative.

**1.** Déterminer $f'(x)$, puis montrer que l'on a $f''(x)=20x^2(x-3)$.

**2.** Dresser en justifiant le tableau de signes de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$.

**3.** Étudier la convexité de la fonction *f* sur $\mathbb{R}$. On pourra faire un tableau.

**4,** En déduire l'existence d'un unique point d'inflexion *A* dont on précisera les coordonnées.

## Exercice 4 – 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les trois questions sont indépendantes.

**1.** La fonction $h$ définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=(x+1)e^x$ est :

**a.** concave sur $\mathbb{R}$

**c.** convexe sur $]-\infty;-3]$ et concave sur $[-3;+\infty[$

**b.** convexe sur $\mathbb{R}$

**d.** concave sur $]-\infty;-3]$ et convexe sur $[-3;+\infty[$

**2.** On considère une fonction $f$ définie et dérivable sur $[-2;2]$.
Le tableau de variations de la fonction $f'$ dérivée de la fonction $f$ sur l'intervalle $[-2;2]$ est donné par :

| $x$ | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| variations de $f'$ | $1$ | ↘ | $0$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $-1$ |

La fonction $f$ est :

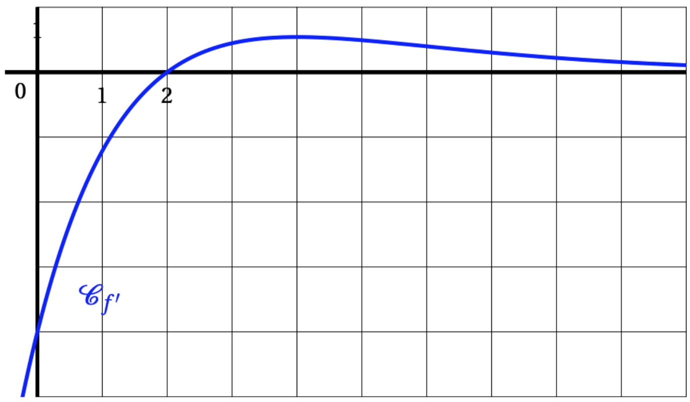
**a.** convexe sur $[-2;-1]$

**c.** convexe sur $[-1;2]$

**b.** concave sur $[0;1]$

**d.** concave sur $[-2;0]$

**3.** On donne ci-dessous la représentation graphique $C_{f'}$ de la fonction dérivée $f'$ d'une fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$.




On peut affirmer que la fonction $f$ est :

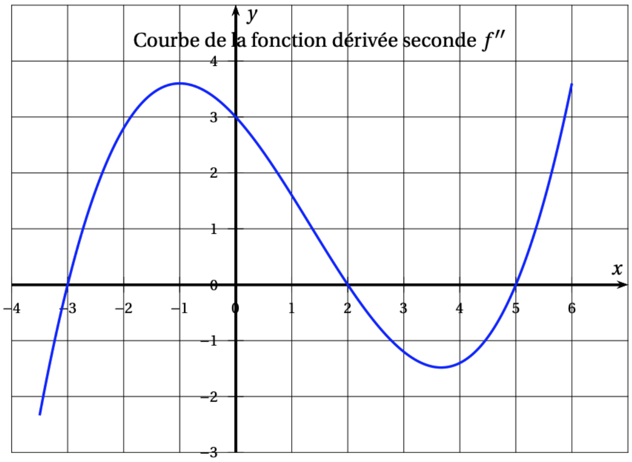
**a.** concave sur $]0;+\infty[$

**c.** convexe sur $[0;2]$

**b.** convexe sur $]0;+\infty[$

**d.** convexe sur $[2;+\infty[$

**4.** On donne ci-dessous la courbe $C_{f''}$ représentant la fonction dérivée seconde $f''$ d'une fonction *f* définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-3,5;6]$.




**a.** *f* est convexe sur $[-3;3]$

**b.** $f'$ est croissante sur $[4;5]$

**c.** *f* admet 3 points d'inflexion

**d.** $f'$ est négative sur $[-1;2]$

## Exercice 5 – 6 points

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $]-\infty;1[$ par $f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}$.

On admet que la fonction *f* est dérivable sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

On appelle $C$ sa courbe représentative dans un repère.

**1. a.** Déterminer la limite de la fonction *f* en 1.

**b.** En déduire une interprétation graphique.

**2.** Déterminer la limite de la fonction *f* en $-\infty$.

**3. a.** Montrer que pour tout réel $x$ de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a $f'(x)=\dfrac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$.

**b.** Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction *f* sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

**4.** On admet que pour tout réel $x$ de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a $f''(x)=\dfrac{(x^2-4x+5)e^x}{(x-1)^3}$.

**a.** Étudier la convexité de la fonction *f* sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

**b.** Déterminer l'équation réduite de la tangente $T$ à la courbe $C$ au point d'abscisse 0.

**c.** En déduire que, pour tout réel $x$ de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a : $e^x \geq (-2x-1)(x-1)$.