

## Correction de l'exercice 5

exo 5

(A) 1.  $y' + y = 0$   
 $y' = -y$   
 $y = Ce^{-x}, C \in \mathbb{R}.$

2. Pour que  $g$  soit solution de (E) il faut que  
 $g' + g = 2e^{-x}$

$$g(x) = 2xe^{-x}$$
$$g'(x) = 2e^{-x} - 2xe^{-x}$$

$$\text{Donc } g' + g = 2e^{-x} - 2xe^{-x} + 2xe^{-x} = 2e^{-x}$$

Donc  $g$  sol de (E)

3. a. la forme des solutions de (E) est:  
 $y = Ce^{-x} + 2xe^{-x}, C \in \mathbb{R}.$

b.  $h(0) = -1$   
Donc  $Ce^{-0} + 2 \times 0 e^{-0} = -1$   
 $C = -1$

$$\text{Donc } h(x) = -e^{-x} + 2xe^{-x}$$

(B) 1.  $f_k(x) = (2x+k)e^{-x}$

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x+k) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty \end{array} \right\} \text{Donc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = -\infty.$$

2.  $f'_k(x) = 2e^{-x} - (2x+k)e^{-x}$   
 $= e^{-x}(2 - 2x - k)$

3.  $e^{-x} > 0$  donc  $f'_k(x)$  est du signe de  
 $-2x - k + 2.$

$$\begin{aligned} \text{Posons } -2x - k + 2 &= 0 \\ -2x &= k - 2 \\ x &= \frac{2-k}{2} \end{aligned}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{2-k}{2}$	$+\infty$
$f'_k(x)$	$+$	$0$	$-$
$f_k$	$-\infty$	$0$	$0$

$$\begin{aligned} \pi &= f_k\left(\frac{2-k}{2}\right) \\ &= \left[2\left(\frac{2-k}{2}\right) + k\right] e^{\frac{k-2}{2}} \\ &= (2-k+k) e^{\frac{k-2}{2}} \\ &= 2e^{\frac{k-2}{2}} \end{aligned}$$

$\pi$  est le maximum de  $f_k$  sur  $\mathbb{R}$

4. Sur le graphique on lit:

$$f_k(-1) = 0$$

$$\text{Dmc } (2x(-1) + k)e^{-(-1)} = 0$$

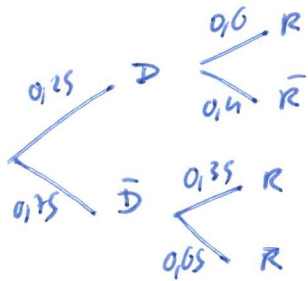
$$(-2+k)e^1 = 0$$

$$-2+k=0$$

$$\boxed{k=2}$$

exo 2

1a



b.  $P(\bar{D} \cap R) = P(\bar{D}) \times P_{\bar{D}}(R)$

$$= 0,175 \times 0,1$$

$$= 0,0175$$

c.  $P(R) = P(D \cap R) + P(\bar{D} \cap R)$

$$= 0,175 \times 0,6 + 0,175 \times 0,35$$

$$= 0,1475$$

d.  $P_R(\bar{D}) = \frac{P(R \cap \bar{D})}{P(R)} = \frac{0,175 \times 0,35}{0,1475} \approx 0,64 \approx 10^{-2}$  puis

2a.  $X$  suit une loi binomiale de paramètre  $n=10$  et  $p=0,35$  car il y a répétition identique et indépendante de tirés au 3 pts.

b.  $E = np$

$$= 10 \times 0,35$$

$$= 3,5$$

En moyenne, sur 10 tirés, elle en réussira 3,5.

c. Rater le tiré au plus est équivalent à en réussir au plus 6.

$$P(X \leq 6) \approx 0,97$$

d. Rater au plus 4 tirés équivalent à réussir au moins 6 tirés.

$$P(X \geq 6) \approx 0,095$$

3  $P(X \geq 1) \geq 0,99$

$$\Leftrightarrow 1 - P(X=0) \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow 1 - (1-0,35)^n \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow 1 - 0,65^n \geq 0,99$$

$$\Leftrightarrow -0,65^n \geq -0,01$$

$$\Leftrightarrow 0,65^n \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow \ln(0,65^n) \leq \ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n \ln(0,65) \leq \ln(0,01)$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,65)} \text{ car } \ln(0,65) < 0$$

$$\Leftrightarrow n \geq 10,7$$

elle doit tenter 11 tirés.