Correction du DST 1

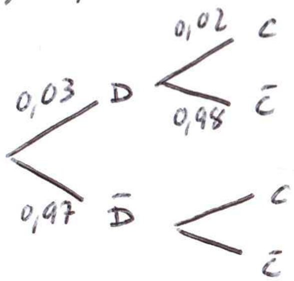
exo 1

1 $P(D) = 0{,}03$

$P_D(C) = 0{,}02$

$P(C) = 0{,}05$

2



3 $P(D \cap C) = P(D) \times P_D(C)$

$= 0{,}03 \times 0{,}02$

$= 0{,}0006$

4. $P_C(D) = \dfrac{P(C \cap D)}{P(C)} = \dfrac{0{,}0006}{0{,}05} = 0{,}012$

5. $P(C) = P(D \cap C) + P(\bar{D} \cap C)$

$P(\bar{D} \cap C) = P(C) - P(D \cap C)$

$P(\bar{D} \cap C) = 0{,}05 - 0{,}0006$

$= 0{,}0494$

exo 2

1 $\dfrac{60}{150} = 0{,}40$€ la capsule.

$0{,}6 \to 100\%$

$0{,}4 \to x\%$

$x = \dfrac{0{,}4 \times 100}{0{,}6} \approx 66{,}67\%$

$100 - 66{,}67 = 33{,}33\%$ de reduction.

2. a) Perte de 10% $\to u_n \times \left(1 - \dfrac{10}{100}\right) = 0{,}9u_n$

Gain de 24000 $\to 0{,}9u_n + 24000$

Donc $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 24000$.

b) $v_{n+1} = u_{n+1} - 240000$

$= 0{,}9u_n + 24000 - 240000$

$= 0{,}9u_n - 216000$

$= 0{,}9(u_n - 240000)$

$= 0{,}9v_n$.

Donc (v_n) SG de raison $q = 0{,}9$.

Son 1er terme est : $v_0 = u_0 - 240000$

$= 60 - 240000$

$= -180000$

3a. $v_n = v_0 \cdot q^n$

$v_n = -180000 \times 0{,}9^n$

b. Comme $v_n = u_n - 240\,000$

Donc $u_n = v_n + 240\,000$

$u_n = -180\,000 \times 0{,}9^n + 240\,000$.

4. A l'aide de la calculatrice on a :

$u_{27} = 229\,533 < 230\,000$

$u_{28} = 230\,579 > 230\,000$

Donc à partir de $n = 28$ $u_n > 230\,000$.

5. Pas possible car : $\lim_{n \to +\infty} 0{,}9^n = 0$ car $-1 < 0{,}9 < 1$

Donc $\lim_{n \to +\infty} u_n = 240\,000$

---

exo 3

1. $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 4-1 \\ -2-3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} -2-1 \\ -1-3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = 3(-3) - 5 \times (-4)$

$= -9 + 20$

$= 11$

2. $MN = \sqrt{3^2 + (-5)^2}$ $MP = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$

3. $= \sqrt{34}$ $= \sqrt{25}$

$= 5$

Donc $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = MN \cdot MP \cdot \cos(\widehat{NMP})$

$11 = \sqrt{34} \times 5 \cdot \cos(\widehat{NMP})$

$\cos(\widehat{NMP}) = \dfrac{11}{5\sqrt{34}}$

$\widehat{NMP} \simeq 67{,}8°$

4. $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MA}$

$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP} = MN \times MA$

$11 = \sqrt{34} \times MA$

$MA = \dfrac{11}{\sqrt{34}} = \dfrac{11\sqrt{34}}{34}$.

---

exo 4

1. $f(2) = \dfrac{0{,}5 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 + 16}{2}$

$= 5$

2. $f'(x) = \dfrac{(0{,}5 \times 3x^2 - 3 \times 2x + 1)x - (0{,}5x^3 - 3x^2 + x + 16)}{x^2}$

$= \dfrac{1{,}5x^3 - 6x^2 + x - 0{,}5x^2 + 3x^2 - x - 16}{x^2}$

$= \dfrac{x^3 - 3x^2 - 16}{x^2}$

or $(x-4)(x^2 + x + 4) = x^3 + x^2 + 4x - 4x^2 - 4x - 16$

$= x^3 - 3x^2 - 16$

Donc $f'(x) = \dfrac{(x-4)(x^2+x+4)}{x^2}$

3. $f'(x)=0$

Soit $x-4=0$ Soit $x^2+x+4=0$

$\boxed{x=4}$

$\Delta = 1^2-4\times 4$

$\Delta = -15<0$

Donc $x^2+x+4>0$ car $a=1>0$

et $x^2>0$ Donc $f'(x)$ est du signe de $x-4$.

x	1		4		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	14,5	$\searrow$	1	$\nearrow$	1,7

4. f est minimale pour $x=4$

Il faut donc 4 milliers de pièces à fabriquer pour obtenir un coût moyen minimal.

Cette valeur minimale est 1 millier d'euros.

mos. Mq $u_n = 2^{n+1}+1$

(I) pour $n=0$

$u_0 = 3$

$2^{0+1}+1 = 2+1 = 3$

Donc $u_0 = 2^{0+1}+1$

Donc vraie pour $n=0$.

(H) Supposons qu'il existe un $n\in\mathbb{N}$ tq :

$u_n = 2^{n+1}+1$

Mq $u_{n+1} = 2^{n+2}+1$.

On a $u_n = 2^{n+1}+1$

$2u_n - 1 = 2(2^{n+1}+1)-1$

$= 2\times 2^{n+1}+2-1$

$= 2^{n+2}+1$

ccl : $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_n = 2^{n+1}+1$