Correction bac blanc 2

Ex 1

(A)

1. Dans B3 : $=B2/(B2+8)$
2. (u_n) semble décroissante.
3. (u_n) semble tendre vers 0.
4. while $n<30$

   $n=n+1$

   $u=u/(u+8)$

   Return (u)

B. 1 Par recurrence. mq $u_n>0$

(I) pour $n=0$ $u_0=1>0$ vrai

(H) supposons qu'il existe un certain n tq $u_n>0$

mq $u_{n+1}>0$

On a $u_n>0$ donc $u_n+8>8>0$

Donc $\frac{u_n}{u_n+8}>0$ cad $u_{n+1}>0$

(C) $\forall n\in\mathbb{N}$, $u_n>0$

2. $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n}{u_n+8}-u_n$

$=\frac{u_n-u_n(u_n+8)}{u_n+8}$

$=\frac{u_n(1-u_n-8)}{u_n+8}$

$=\frac{u_n(-7-u_n)}{u_n+8}$

or $u_n>0$

et $u_n+8>0$

et $-7-u_n<0$

Donc $u_{n+1}-u_n<0$

(u_n) est donc décroissante.

3. (u_n) est décroissante, et $u_n>0$ donc minorée par 0

Donc (u_n) converge.

(C) 1 $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{1+\frac{7}{u_{n+1}}}{1+\frac{7}{u_n}}=\frac{1+\frac{7}{\frac{u_n}{u_n+8}}}{\frac{u_n+7}{u_n}}$

$\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{1+\frac{7(u_n+8)}{u_n}}{\frac{u_n+7}{u_n}}$

$=\frac{\frac{u_n+7u_n+56}{u_n}}{\frac{u_n+7}{u_n}}=\frac{8u_n+56}{u_n}\times\frac{u_n}{u_n+7}$

$=\frac{8(u_n+7)\times u_n}{u_n(u_n+7)}$

$=8$

(v_n) est donc géométrique de raison $q=8$ et de

1er terme $v_0=1+\frac{7}{u_0}=8$

2. $v_n=v_0\times q^n$

$=8\times8^n$

$=8^{n+1}$

or $v_n=1+\frac{7}{u_n}$

Donc $\frac{7}{u_n}=v_n-1$

$\frac{u_n}{7}=\frac{1}{v_n-1}$

$u_n=\frac{7}{v_n-1}=\frac{7}{8^{n+1}-1}$

3. $\lim_{n\to+\infty} 8^{n+1} = +\infty$ car $1<8$.

Donc $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$

4. Comme $u_0=1$ et que $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$, il existe un entier n_0 tq $\forall n \geq n_0$ $u_n < 10^{-18}$.

A la calculatrice, $n_0 = 20$.

Exo 2

(I) 1. $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty \\ \lim_{x\to 0} x = 0\end{array}\right\}$ Donc $\lim_{x\to 0} \frac{\ln x}{x} = -\infty$

Donc $\lim_{x\to 0} h(x) = -\infty$

2. D'après le cours $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

Donc $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 1$

3. $h'(x) = \frac{\frac{1}{x}\times x - 1\times \ln x}{x^2}$

$= \frac{1-\ln x}{x^2}$

4. $x^2>0$ donc $h'(x)$ est du signe de $1-\ln x$.

Posons $1-\ln x \geq 0$ | donc $x \leq e$

$-\ln x \geq -1$

$\ln x \leq 1$

x	0		e		$+\infty$
$h'(x)$	||	$+$	0	$-$	
h	|| $-\infty$	$\nearrow$	$1+\frac{1}{e}$	$\searrow$	1

5. * h est continue et strictement croissante sur $]0;e[$

$0 \in]-\infty; 1+\frac{1}{e}[$

D'après le TVI l'éq. $h(x)=0$ admet 1 US $\alpha \in]0;e[$.

* sur $]e;+\infty[$ h admet $1>0$ comme minorant donc $h(x)=0$ n'a pas de solution sur cet intervalle.

ccl: sur $]0;+\infty[$, $h(x)=0$ admet 1 us α.

$h(0,5)<0$
$h(0,6)>0$ donc $0,5<\alpha<0,6$.

II 1. La droite D_a a pour coef. directeur :

$g'(a) = \frac{1}{a}$. car $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

2. T_a a pour coef. directeur $f'(a)$.

$f'(x) = 1\times \ln x + x\times\frac{1}{x} - 1$

$= \ln x + 1 - 1$

$= \ln x$

Donc $f'(a) = \ln a$.

3. Soit $m = \frac{1}{a}$ et $m' = \ln a$.

$m \cdot m' = \frac{\ln a}{a}$.

or on veut que les droites $\mathcal{D}_a$ et T_a soient perpendiculaires.

Posons $m \cdot m' = -1$

Donc $\frac{\ln a}{a} = -1$

$1 + \frac{\ln a}{a} = 0$

$h(a) = 0$

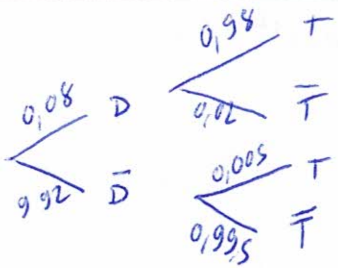
or $h(x) = 0$ admet 1 us. α.

Donc $a = \alpha$.

---

n°03

1.



2. $P(T) = P(D \cap T) + P(\bar{D} \cap T)$
$= 0,08 \times 0,98 + 0,92 \times 0,005$
$= 0,083$

3 a. $P_T(D) = \frac{P(T \cap D)}{P(T)}$
$= \frac{0,08 \times 0,98}{0,083}$
$\simeq 0,94$.

b $P_T(D) < 0,9$

Donc le test ne sera pas commercialisé.

2

③ 1 a. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,103$ car il y a répétition de manière indépendante.

b. $E(X) = np$
$= 0,103 \times 5$
$= 0,515$

En moyenne, sur 5 contrôles effectués, il y a 0,515 athlète ait un test positif.

c. $P(X \geq 1) \simeq 0,419$.

2. On cherche n pour que $P(X \geq 1) \geq 0,75$.

or $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$
$= 1 - (1 - 0,103)^n$
$= 1 - 0,897^n$.

Donc il faut que $1 - 0,897^n \geq 0,75$
$-0,897^n \geq -0,25$
$0,897^n \leq 0,25$
$\ln(0,897^n) \leq \ln 0,25$

$n \ln(0,897) \leq \ln 0,25$
$n \geq \frac{\ln(0,25)}{\ln(0,897)}$
car $\ln(0,897) < 0$
$n = 13$.

Exo 4.

1a. $F(1;0;1)$ $I(\frac{1}{2};0;0)$ $K(1;\frac{1}{2};0)$

$D(0;1;0)$ $J(0;\frac{1}{2};1)$

$\vec{FD}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{IJ}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$ $\vec{IK}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\0\end{pmatrix}$

$\vec{FD}.\vec{IJ} = -1\times(-\frac{1}{2}) + 1\times\frac{1}{2} - 1\times 1$

$= \frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1$

$=0$

Dc $\vec{FD} \perp \vec{IJ}$

$\vec{FD}.\vec{IK} = -1\times\frac{1}{2} + 1\times\frac{1}{2} - 1\times 0$

$= -\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$=0$

$\vec{FD}\perp\vec{IK}$

Donc $(FD)\perp(IJK)$

b. (IJK) : $ax+by+cz+d=0$

or $\vec{FD}\begin{pmatrix}-1\\1\\-1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal du plan.

On a : $-x+y-z+d=0$

or $I\in(IJK)$ donc $-\frac{1}{2}+0-0+d=0$

$d=\frac{1}{2}$

Donc (IJK) : $-x+y-z+\frac{1}{2}=0$

autrement dit : $-2x+2y-2z+1=0$

2. (FD) : $\begin{cases} x = 1-t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

3. $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1-t \\ -2x+2y-2z+1=0 \end{cases}$

Donc $-2(1-t)+2t-2(1-t)+1=0$

$-2+2t+2t-2+2t+1=0$

$6t=3$

$t=\frac{1}{2}$

Donc $x = 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}$

$z=\frac{1}{2}$

Donc $\Omega(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2})$

4. $IJ^2 = (-\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2+1^2$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1$

$=\frac{3}{2}$

$IK^2 = (\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2})^2+0^2$

$=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{2}$

$JK^2 = (1\ \ )^2+(\frac{1}{2}-\frac{1}{2})^2+(0-1)^2$

$=1\ \ +0+1$

$=2$

Donc $IJ^2+IK^2 = \frac{3}{2}+\frac{1}{2} = 2 = JK^2$

le triangle IJK est rectangle en I (Réciproque de Pythagore)

$Aire\ (IJK) = \dfrac{IJ \times IK}{2}$

$= \dfrac{1}{2} \times \sqrt{\dfrac{3}{2}} \times \sqrt{\dfrac{1}{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

5. $v(FIJK) = \dfrac{1}{3}\ Aire\ (IJK) \times FN$

$FN = \sqrt{(\frac{1}{2}-1)^2 + (\frac{1}{2}-0)^2 + (\frac{1}{2}-1)^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Donc $v(FIJK) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= \dfrac{1}{8}$.

6. $L(1;1;\frac{1}{2})$

$-2\times 1 + 2\times 1 - 2\times \frac{1}{2} + 1 = -2+2-1+1$

$= 0$

Donc $L \in (IJK)$. Donc I, J, K et L sont coplanaires.

$\vec{IJ}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$ $\vec{KL}\begin{pmatrix}0\\ 1\\ \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ non colinéaires car les coordonnées ne sont pas proportionnelles.

Donc (IJ) et (KL) sont sécantes.