Correction de l'interro 2.

exo 1

1. $f(x) = (3x^2+x)^5$ de la forme u^n.

$(u^n)' = nu'u^{n-1}$

avec $n = 5$

$u = 3x^2+x$

$u' = 6x+1$

Donc $f'(x) = 5(6x+1)(3x^2+x)^4$

2. $f(x) = \dfrac{1}{e^{2x}+x}$ de la forme $\dfrac{1}{u}$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = \dfrac{-u'}{u^2}$

avec $u = e^{2x}+x$.

$u' = 2e^{2x}+1$

Donc $f'(x) = -\dfrac{2e^{2x}+1}{(e^{2x}+x)^2}$

exo 2

1. $u_0 = 2500$

$u_1 = 2500 \times \left(1-\dfrac{10}{100}\right) + 100$

$u_1 = 2500 \times 0{,}9 + 100$

$u_1 = 2350$

2. En 2020 + n il y a u_n arbres.

* On en coupe 10% : $u_n \times \left(1-\dfrac{10}{100}\right) = u_n \times 0{,}9$.

* On en plante 100 : Donc $u_{n+1} = 0{,}9u_n + 100$.

3. a.

```
u = 2500
For i in range (30)        ( 2050-2020 = 30)
    u = 0,9 * u + 100
    print (u)
```

b. $u_{30} = 1064$. arbres en 2050.

3a. (I) pour $n=0$, $u_0 = 2500$; $u_1 = 2350$

Donc $1000 \leq u_1 \leq u_0$. vrai pour $n=0$

(H) Supposons qu'il existe un $n \in \mathbb{N}$ tq $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$.

Mq $0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$

On a : $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$

$0 \times 0{,}9 + 100 \leq 0{,}9u_{n+1} + 100 \leq 0{,}9u_n + 100$ car $0{,}9 > 0$

$0 < 100 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$ Donc vrai pour $n+1$

ccl : $\forall n \in \mathbb{N}$ on a $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$

b. * $u_{n+1} \leq u_n$ donc (u_n) est décroissante.

* $100 \leq u_n$ donc (u_n) est minorée.

ccl : (u_n) est décroissante et minorée. (u_n) converge

4a. $v_{n+1} = u_{n+1} - 1000$

$v_{n+1} = 0{,}9u_n + 100 - 1000$

$v_{n+1} = 0{,}9u_n - 900$

$v_{n+1} = 0{,}9(u_n - 1000)$

$v_{n+1} = 0{,}9v_n$.

Donc (v_n) est géométrique de raison 0,9.

Son premier terme est : $v_0 = u_0 - 1000$

$v_0 = 2500 - 1000$

$v_0 = 1500$.

b. $v_n = v_0 \cdot q^n$

$v_n = 1500 \times 0{,}9^n$

$u_n - 1000 = 1500 \times 0{,}9^n$

Donc $u_n = 1500 \cdot 0{,}9^n + 1000$.

c. $\lim\limits_{n \to +\infty} 0{,}9^n = 0$ car $-1 \leq 0{,}9 < 1$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n) = 1000$

le nombre d'arbres va tendre vers 1000.

exo3

Partie A. 1. a. $-\frac{1}{3}$ 2. d. convexe sur $[-5;5]$.

Partie B.

1a. $f(x) = (x-5)e^{0,2x} + 5$

De la forme $(u.v)' = u'v + v'u$.

avec $u = x - 5$ $u' = 1$

$v = e^{0,2x}$ $v' = 0{,}2e^{0,2x}$

Donc $f'(x) = e^{0,2x} \times 1 + 0{,}2e^{0,2x}(x-5)$

$= e^{0,2x}(1 + 0{,}2(x-5))$

$= e^{0,2x}(1 + 0{,}2x - 1)$

$= 0{,}2x\,e^{0,2x}$

b. $0{,}2 > 0$ et $e^{0,2x} > 0$ Donc $f'(x)$ est du signe de x.

x	-10		0		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	$5-15e^{-2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

c. le coefficient directeur de la tangente au pt d'abscisse -5 est :

$f'(-5) = 0{,}2 \times (-5)e^{0,2\times(-5)}$

$= -1e^{-1}$

$= \frac{-1}{e}$

2. a. le logiciel donne :

$$f''(x) = \frac{1}{25} x e^{\frac{1}{5}x} + \frac{1}{5} e^{\frac{1}{5}x}$$

$$f''(x) = \left(\frac{1}{25} x + \frac{1}{5} \right) e^{\frac{1}{5}x}$$

or $\frac{1}{5} = 0{,}2$ et $\frac{1}{25} = 0{,}04$.

Donc $f''(x) = (0{,}04x + 0{,}2)\, e^{0{,}2x}$

b. $e^{0{,}2x} > 0$ Donc $f''(x)$ est du signe de $0{,}04x + 0{,}2$.

Posons $0{,}04x + 0{,}2 = 0$

$0{,}04x = -0{,}2$

$x = \frac{-0{,}2}{0{,}04}$

$x = -5$.

Donc

x	-10		-5		5
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

sur $[-10;-5]$ $f''(x) \leq 0$ donc f est concave.

sur $[-5;5]$ $f''(x) \geq 0$ Donc f est convexe