

## Interrogation de mathématiques n°1

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération. Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine. Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets. On admet que la situation peut être modélisée par une suite  $(u_n)$  dont le terme général  $u_n$  donne, pour tout entier naturel  $n$ , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année 2019 +  $n$ . On a ainsi  $u_0 = 300$ .

### Partie A

- Déterminer  $u_1$ .
  - Justifier, pour tout entier naturel  $n$ , que  $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$ .
- On considère la suite  $(v_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  par  $v_n = u_n - 240$ .
  - Montrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme  $v_0$ .
  - Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  pour tout entier naturel  $n$ .
  - En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , que  $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$ .
- Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

### Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

- Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.
- Dans l'algorithme ci-dessous  $N$  est un nombre entier et  $U$  un nombre réel. Recopier et compléter l'algorithme afin que la variable  $N$  contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

$N \leftarrow 2019$
$U \leftarrow 300$
Tant que $U \dots$
$N \leftarrow N + 1$
$U \leftarrow \dots$
Fin Tant que

- En quelle année l'objectif sera-t-il atteint?