

Correction interrogation 1 (Antilles Guyanes Tle ES Sept 20)

Partie A

1.
 - a. On retire 5 % à 300 000, cela donne 285 000; puis on ajoute 12 000 tonnes, ce qui fait un total de 297 000 tonnes en 2020. Donc $u_1 = 297$.
 - b. Retirer 5 %, c'est multiplier par $1 - \frac{5}{100} = 0,95$. Puis on ajoute 12 milliers, donc on passe de u_n , tonnage l'année n , à u_{n+1} , tonnage de l'année $n + 1$, en multipliant par 0,95 puis en ajoutant 12 : donc pour tout n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.
On a donc $u_n = v_n + 240$.
 - a.
 - $v_{n+1} = u_{n+1} - 240 = 0,95u_n + 12 - 240 = 0,95(v_n + 240) - 228 = 0,95v_n + 228 - 228 = 0,95v_n$
 - $v_0 = u_0 - 240 = 300 - 240 = 60$Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0,95$ et de premier terme $v_0 = 60$.
 - b. On en déduit que, pour tout n , $v_n = v_0 \times q^n = 60 \times 0,95^n$.
 - c. Comme $u_n = v_n + 240$, on déduit que, pour tout entier naturel n , $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.
3. $0 < 0,95 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,95^n = 0$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} 60 \times 0,95^n = 0$, et donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 240$.
Cela signifie que le tonnage de déchets recyclés va tendre vers 240 000 tonnes.

Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

1. Si la diminution des déchets suit les prévisions des experts, le tonnage des déchets recyclés sera en 2039, soit pour $n = 20$ de u_{20} milliers de tonnes.
 $u_{20} = 60 \times 0,95^{20} + 240 \approx 261,509$; donc le tonnage en 2039 est d'environ 261 509 tonnes.
On veut une baisse de 15 % par rapport à 2019, soit un tonnage de $300\,000 \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 255\,000$ tonnes.
L'objectif ne sera donc pas atteint.
2.
 - a. Dans l'algorithme ci-dessous N est un nombre entier et U un nombre réel.
On complète l'algorithme afin que la variable N contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

```
N ← 2019
U ← 300
Tant que U > 255
    N ← N + 1
    U ← 0,95 × U + 12
Fin Tant que
```

- b. $u_{27} \approx 255,02 > 255$ et $u_{28} \approx 254,27 \leq 255$ donc l'objectif sera atteint en 2019 + 28 soit en 2047.