

Correction UE1

exo 1

- a. $\frac{741}{3} \in \mathbb{N}$ b. $\frac{\sqrt{3}}{4} \in \mathbb{R}$ d. $-\frac{945}{18} \in \mathbb{D}$
c. $\frac{17}{21} \in \mathbb{Q}$ e. $-\frac{1353}{11} \in \mathbb{Z}$

exo 2

1. $A = 4,6363\dots$
 $100A = 463,63\dots$
 $100A - A = 463 - 4$
 $99A = 459$
 $A = \frac{459}{99}$
 $A = \frac{51}{11}$

2. Supposons que $\frac{1}{3}$ est décimal.

Donc $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ avec $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$.

Donc $a = \frac{10^n}{3}$. Or 3 ne divise pas 10.

Donc $a \notin \mathbb{Z}$. Contradiction.

$\frac{1}{3}$ n'est donc pas décimal.

3. Supposons que $\sqrt{2}$ est rationnel.
cad $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ avec a et b deux nombres entiers premiers entre eux. ($b \neq 0$)

Donc $2 = \frac{a^2}{b^2} \Leftrightarrow a^2 = 2b^2$

Donc a^2 est pair.

Donc a est pair.

cad $a = 2k$ avec $k \in \mathbb{N}$.

Donc $a^2 = 4k^2$

Donc $4k^2 = 2b^2$

cad $b^2 = 2k^2$

Donc b^2 est pair cad b est pair. contradiction
(car 2 divise a et b).

$\sqrt{2}$ n'est pas rationnel.

4. $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{\sqrt{7}^2-\sqrt{5}^2} = \frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2} = \sqrt{7}+\sqrt{5}$.

exo 3

1. Faux. $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$ mais $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

2. Vrai $0,5 = \frac{1}{2}$

3. Faux $(\sqrt{3})^2 = 3 \in \mathbb{Q}$

4. Faux $\frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3} \notin \mathbb{Z}$

5. Vrai $\frac{1}{0,5} = 2 \in \mathbb{N}$

6. Vrai $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$

exo 4.

$$1. \text{ Soit } x+5 = 2x-1 \quad \text{Soit } x+5 = -2x+1$$

$$x-2x = -1-5 \quad x+2x = 1-5$$

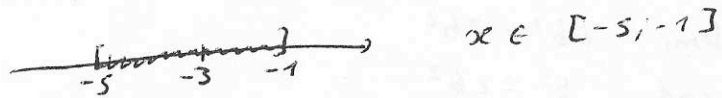
$$-x = -6 \quad 3x = -4$$

$$x = 6 \quad x = -\frac{4}{3}$$

les solutions sont $\{-\frac{4}{3}; 6\}$.

$$2. |3+x| \leq 2$$

$$\Leftrightarrow |x - (-3)| \leq 2$$



exo 6.

$$1. (2x+1)^2 - (2x+1)(x-3) = 0$$

$$(2x+1)[(2x+1) - (x-3)] = 0$$

$$(2x+1)(2x+1-x+3) = 0$$

$$(2x+1)(x+4) = 0$$

$$\text{Soit } 2x+1=0 \quad \text{Soit } x+4=0$$

$$2x = -1 \quad x = -4$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$y = \left\{-4; -\frac{1}{2}\right\}$$

$$2. a. (2n-1)^2 - (n+1)^2 - 3n^2 = 4n^2 - 4n + 1 - (n^2 + 2n + 1) - 3n^2$$

$$= 4n^2 - 4n + 1 - n^2 - 2n - 1 - 3n^2$$

$$= -6n$$

$$b. \text{ Pour } n=100 \text{ on a } (2 \times 100 - 1)^2 - (100 + 1)^2 - 3 \times 100^2$$

$$= 199^2 - 101^2 - 30000$$

$$= -6 \times 100$$

$$= -600.$$

exo 5

$$1. A = 5,43 \times 10^{-9} \quad 2. C = \sqrt{98} \quad D = \sqrt{363}$$

$$B = \frac{25}{2} \times \frac{10^{-6}}{10^{-1}} \quad C = \sqrt{49 \times 2} \quad D = \sqrt{3 \times 121}$$

$$B = 12,5 \times 10^{-6+1} \quad C = \sqrt{7^2 \times 2} \quad D = \sqrt{3 \times 11^2}$$

$$B = 12,5 \times 10^{-5} \quad C = 7\sqrt{2} \quad D = 11\sqrt{3}$$

$$B = 1,25 \times 10^{-4}$$

$$3. E = \frac{3\sqrt{45}}{6\sqrt{20}} \quad F = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{1 - (\frac{1}{2})^2}$$

$$E = \frac{3\sqrt{9 \times 5}}{6\sqrt{4 \times 5}} \quad F = \frac{\frac{2}{4} - \frac{3}{4}}{\frac{4}{4} - \frac{1}{4}}$$

$$E = \frac{3 \times 3 \sqrt{5}}{6 \times 2 \sqrt{5}} \quad F = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}$$

$$E = \frac{3 \times 3}{2 \times 3 \times 2} \quad F = -\frac{1}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$E = \frac{3}{4} \quad F = -\frac{1}{3}$$

exo 7. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AN} = \frac{BC}{nN}$$

$$\frac{x}{x+2,1} = \frac{3,2}{7,4} \quad \text{dmc} \quad 7,4x = 3,2(x+2,1)$$

$$7,4x = 3,2x + 6,72$$

$$7,4x - 3,2x = 6,72$$

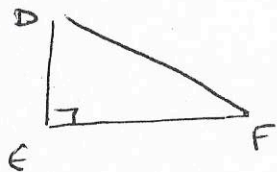
$$4,2x = 6,72$$

$$x = \frac{6,72}{4,2}$$

$$x = 1,6$$

ex 08

1.



$$Aire(DEF) = \frac{DE \times EF}{2}$$

2a. $Aire(ANQ) = \frac{AN \times AQ}{2} = \frac{x(s-x)}{2} = Aire(CNP)$

$$Aire(BPN) = \frac{BN \times BP}{2} = \frac{x(7-x)}{2} = Aire(DPQ)$$

com $AN = BN = PC = QD = x$

$NP = DP = 7 - x$

$AQ = NC = s - x$

b. $S = Aire(ABCD) - Aire(ANQ) - Aire(DPQ) - Aire(CNP) - Aire(BPN)$

$$S = 5 \times 7 - 2 \left(\frac{x(s-x)}{2} \right) - 2 \left(\frac{x(7-x)}{2} \right)$$

$$S = 35 - x(s-x) - x(7-x)$$

$$S = 35 - 5x + x^2 - 7x + x^2$$

$$S = 2x^2 - 12x + 35$$

3a. Pour $x = 1$

$$S = 2 \times 1^2 - 12 \times 1 + 35$$

$$S = 2 - 12 + 35$$

$$S = 25$$

Pour $x = \frac{s}{2}$

$$S = 2 \left(\frac{s}{2} \right)^2 - 12 \times \left(\frac{s}{2} \right) + 35$$

$$S = 2 \times \frac{25}{4} - 30 + 35$$

$$S = \frac{25}{2} + 5$$

$$S = \frac{35}{2}$$

b. $S = 17$

$$2x^2 - 12x + 35 = 17$$

$$2x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$2(x-3)^2 = 0$$

$$\boxed{x = 3}$$