

## 10 : Géométrie plane dans un repère

### Exercice 1

Dans un repère orthonormé, on considère les points :  $A(1;3)$ ,  $B(5;5)$ ,  $C(8;2)$  et  $D(4;0)$ .

Le point  $E$  est le symétrique de  $D$  par rapport à  $C$  et le point  $F$ , le symétrique de  $B$  par rapport à  $A$ .

1. Déterminer les coordonnées des points  $E$  et  $F$ .
2. Quelle est la nature des quadrilatères  $ABCD$ ,  $ABEC$ ,  $ACDF$  et  $BEDF$  ?

### Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on considère les points :  $A(3;2)$ ,  $B(9;4)$ ,  $C(1;8)$  et  $D(x;y)$ , où  $x$  et  $y$  sont deux réels.

1. Démontrer que le triangle  $ABC$  est isocèle et rectangle en  $A$ .
2. Calculer les coordonnées du point  $D$  afin que  $ABDC$  soit un carré.

### Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère le cercle  $C$  de centre  $I(4;2)$  et de rayon 5.

1. Justifier que le point  $A(7;-2)$  appartient au cercle  $C$ .
2. Soit  $B(11;1)$ . La droite  $(AB)$  est-elle tangente au cercle  $C$  ?

### Exercice 4

Soit  $ABC$  un triangle non aplati. On définit  $D$  et  $E$  tels que  $2\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AC}$  et  $2\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ , ainsi que  $I$ , milieu du segment  $[DE]$ . On se place dans le repère  $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ .

1. Donner les coordonnées des points  $A$ ,  $B$  et  $C$ .
2. Calculer les coordonnées des points  $E$  et  $D$  et en déduire les coordonnées du point  $I$ .
3. Démontrer que les droites  $(BC)$  et  $(ED)$  sont parallèles.
4. Soit  $G$  le milieu du segment  $[BC]$ . Montrer que les points  $A$ ,  $G$  et  $I$  sont alignés.
5. Déterminer les coordonnées du point  $H$  tel que  $GBIH$  soit un parallélogramme.
6. a. Expliquer pourquoi les points  $E$ ,  $I$  et  $H$  sont alignés.  
b. Déterminer le réel  $k$  tel que  $\overrightarrow{EI} = k\overrightarrow{EH}$ .

**Exercice 5**

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère les points  $A(-3;1)$ ,  $B(1;-1)$ ,  $C(3;3)$  et  $I$ , milieu de  $[AC]$ .

1. Donner les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{BC}$ .
2. Soit  $E(a;2)$ . Déterminer  $a$  tel que  $A$ ,  $B$  et  $E$  soient alignés.
3. Quelle est la nature du triangle  $ABC$  ?
4. Déterminer les coordonnées du point  $D$  image du point  $A$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BC}$ .  
Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?
5. Déterminer les coordonnées du point  $J$ , symétrique de  $A$  par rapport à  $B$ .
6. Déterminer les coordonnées du point  $F$  appartenant à l'axe des abscisses tel que  $A$ ,  $B$  et  $F$  soient alignés.
7. Déterminer les coordonnées du point  $G$  appartenant à l'axe des ordonnées tel que les droites  $(BG)$  et  $(AI)$  soient parallèles.

**Exercice 6**

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  on donne les points  $A(-2;0)$  et  $B(2;2)$ .

La perpendiculaire à la droite  $(AB)$  en  $B$  coupe l'axe  $(OJ)$  en  $C$  et l'axe  $(OI)$  en  $D$ .

1. Faire une figure.
2. Déterminer les coordonnées des points  $C$  et  $D$  par le calcul.

**Exercice 7**

Dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$  on donne les points  $A(2;5)$  et  $B(4;1)$ .

Existe-t-il un ou des point(s)  $C$  de l'axe des ordonnées, tel(s) que  $ABC$  soit isocèle en  $A$  ?

**Exercice 8**

On considère les points  $M(x-1;2)$ ,  $A(1;y-5)$ ,  $T(0;-2)$  et  $H(4;3)$  dans un repère orthonormé  $(O, I, J)$ .

1. Donner les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{MA}$  et  $\overrightarrow{HT}$ .
2. Calculer  $x$  et  $y$  tels que  $MATH$  soit un parallélogramme.

**Exercice 9**

On considère les points  $A(2;3)$ ,  $B(6;1)$  et  $C(-1;-3)$  dans un repère du plan orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Calculer les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .
2. Construire le point  $D$  image du point  $B$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AC}$ .
3. Calculer les coordonnées du point  $D$ .
4. Démontrer que le quadrilatère  $ABDC$  est un parallélogramme.
5. Calculer les valeurs exactes des longueurs  $AD$  et  $BC$ . Que peut-on en déduire pour  $ABDC$  ?

**Exercice 10**

Dans un repère  $(O, I, J)$  on considère les points  $A(3;0)$ ,  $B(2;-2)$  et  $C(6;-1)$ .

1. Calculer les coordonnées de  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme.
2. Calculer les coordonnées du centre  $I$  de  $ABCD$ .
3. Calculer les coordonnées de  $E$ , tel que  $2\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{EB}$ .
4. Calculer les coordonnées de  $F$  tel que  $3\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FB} = 3\overrightarrow{AC}$ .
5. Calculer les coordonnées de  $G$  tel que  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .

**Exercice 11**

On se place dans un repère orthonormal  $(O, I, J)$ .

1. **a.** Placer les points  $A(4;-5)$ ,  $B(-6;0)$  et  $C(-2;3)$ .
- b.** Calculer les valeurs exactes des distances  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ .
- c.** En déduire que le triangle  $ABC$  est rectangle en précisant en quel point.
2. **a.** Construire le point  $D$  l'image du point  $B$  par la translation de vecteur  $\overrightarrow{CA}$ .
- b.** Quelle est la nature du quadrilatère  $ACBD$  ? Justifier.
- c.** Calculer les coordonnées du point  $D$ .
- d.** Calculer les coordonnées du centre  $L$  du quadrilatère  $ACBD$ .
3. **a.** Construire le point  $M$ , symétrique du point  $B$  par la symétrie de centre  $C$ .

