Interrogation de mathématiques n°3 : Sujet A

Exercice 1 – 5 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB}(-3;5)$ et $\overrightarrow{CD}(-7;-5)$.

Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ vaut :

a. -46 **b.** -4 **c.** 46 **d.** 4

2. Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB}(5;4)$ et $\overrightarrow{AC}(3;-2)$.

L'angle géométrique $\widehat{BAC}$ vaut au degré près :

a. 37 **b.** 54 **c.** 72 **d.** 81

3. Soit un triangle ABC tel que : $AB=6$, $AC=4$ et $BC=5$.

Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ vaut :

a. $\frac{27}{2}$ **b.** 0 **c.** $\frac{5}{2}$ **d.** 27

4. La suite (u_n) est définie par $u_0=1$ et pour tout entier n, $u_{n+1}=2u_n-3n+1$.

Alors u_4 vaut :

a. -3 **b.** -2 **c.** 2 **d.** 3

5. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-2x+3$.

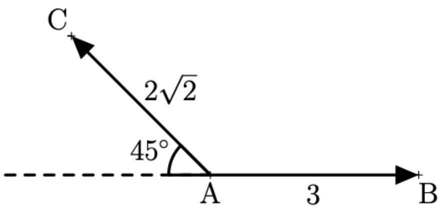
Alors $f'(1)$ vaut :

a. -1 **b.** 0 **c.** 1 **d.** 2

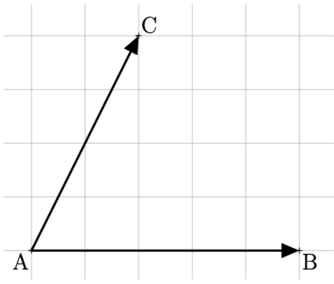
Exercice 2 – 4 points

Dans chacun des cas suivants calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

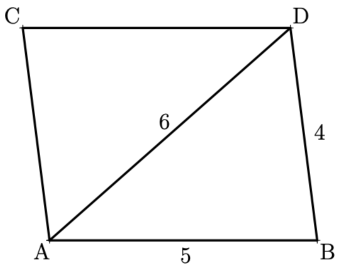
1. Les pointillés prolongent $[AB]$.



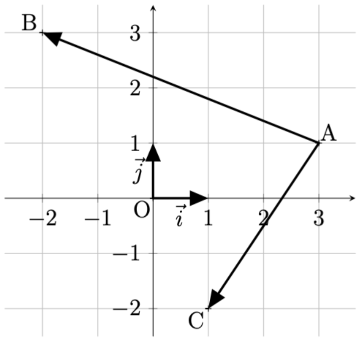
2. Le quadrillage est composé de carrés de côté 1.



3. *ABDC* est un parallélogramme.



4. Le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ est orthonormé.



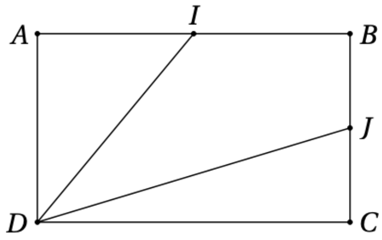
Exercice 3 – 2 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

Déterminer la ou les valeur(s) du réel x telle(s) que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x+3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ 2 \end{pmatrix}$ soient orthogonaux.

Exercice 4 – 3 points

Soit un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 5$ et $AD = 3$.
On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$.



1. Calculer $\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AI}\right).\left(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CJ}\right)$ en développant ce calcul.

2. Quelle est alors la valeur de $\overrightarrow{DI}.\overrightarrow{DJ}$?

3. En déduire une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{IDJ}$.

Exercice 5 – 3 points

On considère deux suites (a_n) et (b_n) définies par :

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \dfrac{3a_n + 2b_n}{5} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} b_0 = 2 \\ b_{n+1} = \dfrac{2a_n + 3b_n}{5} \end{cases}$$

1. Calculer a_1, b_1, a_2, b_2.

2. On pose, pour tout entier naturel n, $s_n = a_n + b_n$.
Démontrer que la suite (s_n) est constante, c'est-à-dire que $s_{n+1} = s_n$

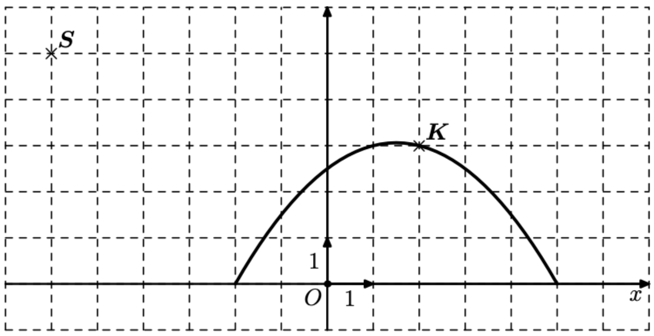
3. En déduire que pour tout entier naturel n, on a : $b_n = 3 - a_n$.

Exercice 6 – 3 points

Sur la figure ci-dessous, l'arc de parabole représente une colline, le sol est symbolisé par l'axe des abscisses.
Le point $S(-6;5)$ représente le soleil en train de se coucher.

L'arc de parabole est la représentation graphique de la fonction *f* définie pour $x \in [-2;5]$ par :

$$f(x) = -0,25x^2 + 0,75x + 2,5$$



Objectif : On veut déterminer la longueur de l'ombre de la colline.

1. Déterminer une équation de la tangente *T* à C_f au point *K*.

2. Vérifier que le point *S* appartient à cette tangente *T*.

3. Pour quelle valeur de *x* la droite *T* coupe-t-elle l'axe des abscisses ?

4. Quelle est alors la longueur au sol de l'ombre de la colline ?