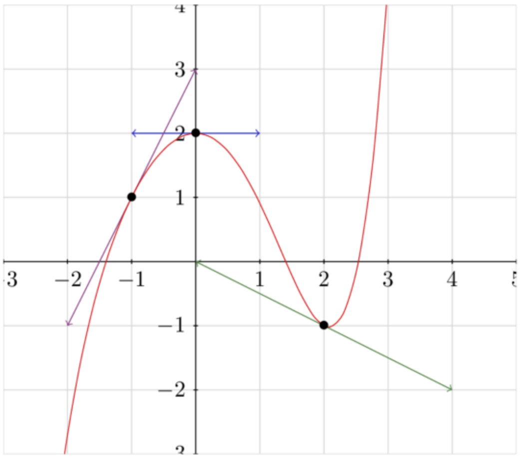
Interrogation de mathématiques n°4

Exercice 1 – 6 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.
<u>Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.</u>
Aucune justification n'est demandée. Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1

On considère une fonction *f* dont la courbe représentative et quelques tangentes sont représentées sur le graphique suivant :



A. $f'(0)=2$ **B.** $f'(-1)=-2$ **C.** $f'(2)=-\frac{1}{2}$ **D.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=2$

Question 2

L'équation réduite de la tangente à C_f au point d'abscisse 2 est :

A. $y=2x$ **B.** $y=\frac{1}{2}x$ **C.** $y=-2x$ **D.** $y=-\frac{1}{2}x$

Question 3

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$. On a alors :

A. $f'(x)=\frac{-4x}{\left(x^2+1\right)^2}$ **B.** $f'(x)=\frac{4x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$

C. $f'(x)=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)^2}$ **D.** $f'(x)=\frac{-4x^2}{\left(x^2+1\right)^2}$

Question 4

On considère la fonction *f* définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x^2+2x}$. On a alors :

A. $f'(x)=\dfrac{2x+2}{\sqrt{x^2+2x}}$

B. $f'(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$

C. $f'(x)=-\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}}$

D. $f'(x)=\dfrac{x+1}{2\sqrt{x^2+2x}}$

Question 5

Combien y a-t-il de termes dans la somme $S=209+212+215+...+614$.

A. 135 termes

B. 136 termes

C. 137 termes

D. 138 termes

Question 6

On considère la somme de termes d'une suite arithmétique $S=3+5+7+...+89$.

A. $S=2022$

B. $S=2023$

C. $S=2024$

D. $S=2025$

Exercice 2 – 5 points

Soit la suite (u_n) définie par $u_0=10$ et pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+1$.

1. a. Calculer u_1, u_2 et u_3. On donnera les résultats sous forme fractionnaire.

b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?

2. Soit (v_n) la suite définie par $v_n=u_n-3$.

a. Calculer v_1, v_2 et v_3.

b. Montrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser ses éléments caractéristiques.

3. Exprimer v_n en fonction de *n*, puis u_n en fonction de *n*.

Exercice 3 – 4 points

Soit *f* une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^2+bx+c$, où *a*, *b* et *c* sont 3 réels.
La parabole *P* représentant *f* passe par les points $A(0;1)$ et $B(4;1)$.
De plus, l'équation de la tangente à la parabole *P* au point *B* a pour équation $y=4x-15$.

1. Donner les valeurs de $f(0)$, $f(4)$ et $f'(4)$.

2. Justifier que $c=1$.

3. En utilisant les informations trouver à la questions 1, justifier que $\begin{cases}4a+b=0\\8a+b=4\end{cases}$

4. Résoudre alors ce système et en déduire l'expression de $f(x)$.

Exercice 4 – 5 points

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{2}\right\}$ par $f(x)=\dfrac{x^2-4}{2x-5}$ et C_f sa courbe représentative.

1. Déterminer la fonction dérivée de *f* et montrer que $f'(x)=\dfrac{2\left(x^2-5x+4\right)}{(2x-5)^2}$.

2. Etudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{2}\right\}$.

3. Construire le tableau de variation de *f* sur $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{2}\right\}$.

4. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 3.