Nom : …………………………..   Prénom : ……………………………………..

Contrôle de connaissance de mathématiques

Exercice 1

Calculer les 4 premiers termes des suites suivantes :

1. $u_n = n^2 - n$

2. $\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 2v_n - 1 \end{cases}$

3. $\begin{cases} w_0 = 0 \\ w_{n+1} = 2w_n + n + 1 \end{cases}$

Réponses

$u_0 = 0^2 - 0$
$u_0 = 0$
$u_1 = 1^2 - 1$
$u_1 = 0$
$u_2 = 2^2 - 2$
$u_2 = 2$
$u_3 = 3^2 - 3$
$u_3 = 6$

$v_0 = 3$
$v_1 = 2v_0 - 1$
$v_1 = 2\times 3 - 1 = 5$
$v_2 = 2v_1 - 1$
$v_2 = 2\times 5 - 1 = 9$
$v_3 = 2v_2 - 1$
$v_3 = 2\times 9 - 1 = 17$

$w_0 = 0$
$w_1 = 2w_0 + 0 + 1$
$w_1 = 2\times 0 + 1 = 1$
$w_2 = 2w_1 + 1 + 1$
$w_2 = 2\times 1 + 2 = 4$
$w_3 = 2w_2 + 2 + 1$
$w_3 = 2\times 4 + 3 = 11$

Exercice 2

Déterminer le sens de variation des suites suivantes :

1. $u_n = n^2 - n$

2. $v_n = \dfrac{n}{n+1}$

3. $\begin{cases} w_0 = 2 \\ w_{n+1} = w_n + (1 - w_n)^2 \end{cases}$

Réponses

1. $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - (n+1) - (n^2 - n)$
$u_{n+1} - u_n = n^2 + 2n + 1 - n - 1 - n^2 + n$
$u_{n+1} - u_n = 2n \geq 0$ car $n \in \mathbb{N}$
Donc (u_n) est croissante.

2. $v_{n+1} - v_n = \dfrac{n+1}{n+2} - \dfrac{n}{n+1}$
$v_{n+1} - v_n = \dfrac{(n+1)^2}{(n+2)(n+1)} - \dfrac{n(n+2)}{(n+2)(n+1)}$
$v_{n+1} - v_n = \dfrac{n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n}{(n+2)(n+1)}$
$v_{n+1} - v_n = \dfrac{1}{(n+2)(n+1)} > 0$ car $n \in \mathbb{N}$
Donc (v_n) est croissante.

3. $w_{n+1} - w_n = (1 - w_n)^2 > 0$
Donc (w_n) est croissante.

Exercice 3

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 3$ et, pour entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 2n - 1$.

Exprimer u_{n+2} en fonction de u_{n+1} puis u_{n+2} en fonction de u_n.

Réponses

$$u_{n+2} = u_{n+1} + 2(n+1) - 1$$
$$u_{n+2} = u_{n+1} + 2n + 2 - 1$$
$$u_{n+2} = u_{n+1} + 2n + 1$$

Comme $u_{n+1} = u_n + 2n - 1$, on a :

$$u_{n+2} = u_n + 2n - 1 + 2n + 1$$
$$u_{n+2} = u_n + 4n$$

Exercice 4

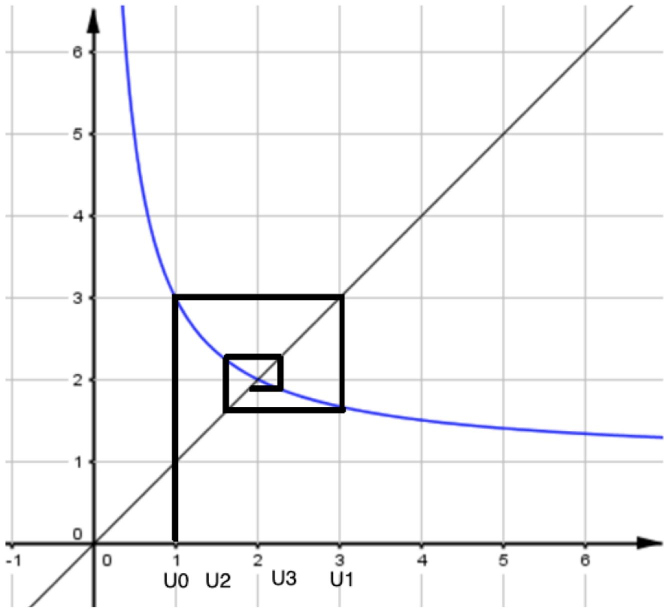
Sur le graphique ci-dessous, on a représenté, dans un repère orthonormé, la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{x} + 1$ ainsi que la droite d'équation $y = x$.

Représenter sur le graphique, les termes de la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et par $u_{n+1} = \frac{2}{u_n} + 1$.

a. En déduire une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n).

b. Conjecturer la limite de cette suite.

Réponses



Il semble que (u_n) ne soit pas monotone et tendre vers 2.