Correction du dst n°1

exo1 : QCM

1. (b) $\alpha = \frac{2}{2\times 2} = \frac{1}{2}$

$$\beta = f\left(\tfrac{1}{2}\right) = 2\left(\tfrac{1}{2}\right)^2 - 2\times\tfrac{1}{2} - 12$$
$$= 2\times\tfrac{1}{4} - 1 - 12$$
$$= \tfrac{1}{2} - 13$$
$$= -\tfrac{25}{2}$$

Donc $f(x) = 2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{2}$

2. (b) posons $x - 2 = 0$
$x = 2$

Posons $3x^2 - 12x + 12 = 0$
$$\Delta = (-12)^2 - 4\times 3\times 12$$
$$\Delta = 12^2 - 12^2$$
$$\Delta = 0$$
$$x_0 = \frac{12}{2\times 3} = 2.$$

Donc l'equation n'a qu'une seule solution.

3. (c) $\Delta = (-5)^2 - 4\times 1\times(-6)$
$$\Delta = 25 + 24$$
$$\Delta = 49$$
$$x_1 = \frac{5-\sqrt{49}}{2\times 1}$$

$x_1 = \frac{5-7}{2}$ $\quad x_2 = \frac{5+7}{2}$

$x_1 = \frac{-2}{2}$ $\quad x_2 = \frac{12}{2}$

$x_1 = -1$ $\quad x_2 = 6$

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
x^2-5x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-1;6[$

4. $a < 0$ car les branches sont tournées vers le bas

(c) $\Delta > 0$ car il y a 2 racines (la courbe coupe l'axe des absisses en 2 pts)

$c > 0$ car la courbe coupe l'axe des adonnées au dessus de 0.

Donc c et Δ ont le même signe.

5. Posons $\Delta = 0$

(b)
$$[-(2m+3)]^2 - 4\times 1\times m^2 = 0$$
$$(2m+3)^2 - 4m^2 = 0$$
$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 = 0$$
$$12m + 9 = 0$$
$$12m = -9$$
$$m = \frac{-9}{12}$$
$$m = -\frac{3}{4}$$

exo 2

1. $\alpha = \frac{-8}{-2\times 2} = \frac{-8}{-4} = 2$

$$\beta = f(2) = -2\times 2^2 + 8\times 2 - 13$$
$$= -8 + 16 - 13$$
$$= -5$$

Donc $f(x) = -2(x-2)^2 - 5.$

2. Comme $a = -2 < 0$, on a :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
f		$\nearrow$	-5	$\searrow$	

le maximum de f est -5 atteint pour $x = 2$

exo 3

1. $x^2-4x+3=0$

$\Delta=(-4)^2-4\times3$

$\Delta=16-12$

$\Delta=4$

$x_1=\frac{4-\sqrt{4}}{2\times1}$

$x_1=\frac{4-2}{2}$ $\qquad x_2=\frac{4+2}{2}$

$\boxed{x_1=1}$ $\qquad \boxed{x_2=3}$ $\qquad S=\{1;3\}$

2. $12x^3-x^2-x=0$

$x(12x^2-x-1)=0$

Soit $\boxed{x=0}$ $\qquad$ soit $12x^2-x-1=0$

$\Delta=(-1)^2-4\times12\times(-1)$

$\Delta=1+48$

$\Delta=49.$

$x_1=\frac{1-\sqrt{49}}{2\times12}$

$x_1=\frac{1-7}{24}$ $\qquad x_2=\frac{1+7}{24}$

$\boxed{x_1=-\frac{1}{4}}$ $\qquad \boxed{x_2=\frac{1}{3}}$ $\qquad S=\left\{-\frac{1}{4};0;\frac{1}{3}\right\}$

3. $x^2-3x+2=6x^2+x+1$

$x^2-3x+2-6x^2-x-1=0$

$-5x^2-4x+1=0$

$\Delta=(-4)^2-4\times(-5)\times1$

$\Delta=16+20$

$\Delta=36$

$x_1=\frac{4-\sqrt{36}}{2\times(-5)}$

$x_1=\frac{4-6}{-10}$ $\qquad x_2=\frac{4+6}{-10}$

$x_1=\frac{-2}{-10}$ $\qquad x_2=\frac{10}{-10}$

$x_1=\frac{1}{5}$ $\qquad x_2=-1$

$S=\left\{-1;\frac{1}{5}\right\}$

4. $x=\frac{3}{2x-5}$

$x(2x-5)=3$

$2x^2-5x-3=0$

$\Delta=(-5)^2-4\times2\times(-3)$

$\Delta=25+24$

$\Delta=49.$

$x_1=\frac{5-\sqrt{49}}{2\times2}$

$x_1=\frac{5-7}{4}$ $\qquad x_2=\frac{5+7}{4}$

$x_1=\frac{-2}{4}$ $\qquad x_2=\frac{12}{4}$

$x_1=-\frac{1}{2}$ $\qquad x_2=3$

$S=\left\{-\frac{1}{2};3\right\}$

exo 4

1. $\frac{1}{2}x^2+3x-8\geq0$

$\Delta=3^2-4\times\frac{1}{2}(-8)$

$\Delta=9+16$

$\Delta=25$

$x_1=\frac{-3-\sqrt{25}}{2\times\frac{1}{2}}$

$x_1=\frac{-3-5}{1}$ $\qquad x_2=\frac{-3+5}{1}$

$x_1=-8$ $\qquad x_2=2$

x	$-\infty$		-8		2		$+\infty$
$\frac{1}{2}x^2+3x-8$		+	0	−	0	+	

$S=]-\infty;-8]\cup[2;+\infty[$

2. Pour x^2+x-6

$\Delta=1^2-4\times1\times(-6)$

$\Delta=25$

$x_1=\frac{-1-5}{2}$ $\qquad x_2=\frac{-1+5}{2}$

$x_1=-3$ $\qquad x_2=2$

Pour $x-4=0$

$x=4$

x	$-\infty$		-3		2		4		$+\infty$
x^2+x-6		+	0	−	0	+		+	
$x-4$		−		−		−	0	+	
Q		−	0	+	0	−	‖	+	

$S=]-\infty;-3]\cup[2;4[$

Exo 5

1. $x^4 - 12x^2 + 27 = 0$

Posons $X = x^2$

On a : $X^2 - 12X + 27 = 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4 \times 27$

$\Delta = 144 - 108$

$\Delta = 36$

$X_1 = \frac{12-6}{2}$ $\quad$ $X_2 = \frac{12+6}{2}$

$X_1 = 3$ $\quad$ $X_2 = 9$

Donc $x^2 = 3$ et $x^2 = 9$

$x = \sqrt{3}$ ou $x = -\sqrt{3}$ $\quad$ $x = 3$ ou $x = -3$.

$S = \{-3 ; -\sqrt{3} ; \sqrt{3} ; 3\}$

2. $2x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$

Posons $X = \sqrt{x}$

$X^2 = x$

On a $2X^2 + 5X - 3 = 0$

$\Delta = 5^2 - 4 \times 2 \times (-3)$

$\Delta = 25 + 24$

$\Delta = 49$

$X_1 = \frac{-5-7}{2\times 2}$ $\quad$ $X_2 = \frac{-5+7}{4}$

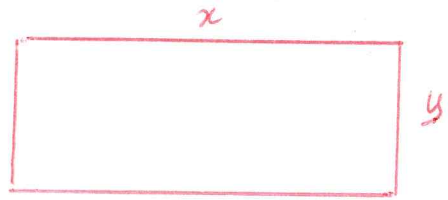
$X_1 = -3$ $\quad$ $X_2 = \frac{1}{2}$

Donc $\sqrt{x} = -3 < 0$ impossible $\quad$ $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$

$x = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$S = \{\frac{1}{4}\}$

Exo 6



$\begin{cases} P = 2(x+y) \\ A = x \times y \end{cases}$ $\quad$ Donc $\begin{cases} 2(x+y) = 34 \\ xy = 60 \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy = 60 \end{cases}$ $\quad$ Donc $y = 17 - x$

On a alors $x(17 - x) = 60$

$-x^2 + 17x - 60 = 0$

$\Delta = 17^2 - 4 \times (-1) \times (-60)$

$\Delta = 289 - 240$

$\Delta = 49$.

Donc $x_1 = \frac{-17-7}{2 \times (-1)}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-17+7}{-2}$

$x_1 = \frac{-24}{-2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{-10}{-2}$

$x_1 = 12$ $\quad$ $x_2 = 5$

Donc $y_1 = 17 - 12$ $\quad$ $y_2 = 17 - 5$

$y_1 = 5$ $\quad$ $y_2 = 12$

La longueur $= 12$ cm

La largeur $= 5$ cm