Correction de l'interro 7

exo 1

1.

x	-1	0	2
$f'(x)$	1	2	-1
$f(x)$	2	0	$-\frac{1}{2}$

2. $y = f'(a)(x-a) + f(a)$

pour $a = -1$

$y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$y = 2(x+1)+1$

$y = 2x+3$

pour $a = 0$

$y = 2$

pour $a = 2$

$y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$y = -\frac{1}{2}(x-2) - 1$

$y = -\frac{1}{2}x + 1 - 1$

$y = -\frac{1}{2}x$

exo 2

1. $f'(x) = \dfrac{3x^2 - 2x + 4}{3}$

2. $f'(x) = 3x^2(x^2+1) + 2x \times x^3$

$= 3x^4 + 3x^2 + 2x^4$

$= 5x^4 + 3x^2$

3. $f'(x) = 1 \times \sqrt{x} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} \times x$

$= \sqrt{x} + \dfrac{x}{2\sqrt{x}}$

$= \sqrt{x} + \frac{1}{2}\sqrt{x}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{x}$

4. $f'(x) = \dfrac{2x(x^2+1) - 2x \cdot x^2}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{2x^3 + 2x - 2x^3}{(x^2+1)^2}$

$= \dfrac{2x}{(x^2+1)^2}$

exo 3

1. $f'(x) = x^2 + x - 12$

2. $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-12)$

$\Delta = 49$

$x_1 = \dfrac{-1-\sqrt{49}}{2 \times 1}$

$x_1 = \dfrac{-1-7}{2}$ $\quad x_2 = \dfrac{-1+7}{2}$

$x_1 = -\frac{8}{2}$ $\quad x_2 = \frac{6}{2}$

$x_1 = -4$ $\quad x_2 = 3$

Comme $a = 1 > 0$ alors on a :

x	-5		-4		3		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3.

x	-5		-4		3		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$\frac{191}{6}$	$\nearrow$	$\frac{107}{3}$	$\searrow$	$-\frac{43}{2}$	$\nearrow$	$-\frac{29}{6}$

4. $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$f(0) = 1$

$f'(0) = -12$

Donc $y = -12x + 1$

exo 4

1. a. $f'(x) = \dfrac{2x(x-3)-(x^2-8)}{(x-3)^2}$

$= \dfrac{2x^2-6x-x^2+8}{(x-3)^2}$

$= \dfrac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}$

b. Comme $(x-3)^2 > 0$, alors $f'(x)$ est du signe de x^2-6x+8

c. $\Delta = (-6)^2 - 4\times1\times8$

$\Delta = 36-32$

$\Delta = 4$

$x_1 = 2$

$x_2 = 4$

Comme $a > 0$ alors on a :

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
x^2-6x+8		$+$	0	$-$	0	$+$	

d.

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	

2.

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
f		$\nearrow$	4	$\searrow$	$\|$	$\searrow$	8	$\nearrow$	

4. Sur $]-\infty; 3[$, le maximum de f est :

$M(2;4)$

sur $]3;+\infty[$, le minimum de f est :

$m(4;8)$