Interrogation de mathématiques

Exercice 1 – 5 points

Ce QCM comprend 5 questions. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

Question 1

ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 6$ et $BAC = \frac{\pi}{4}$. Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ est égal à :

a. $15\sqrt{2}$ **b.** $15\sqrt{3}$ **c.** $\frac{15}{2}$ **d.** 15

Question 2

$ABCD$ est un carré de centre O tel que $AB = 1$. Alors $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}$ est égal à :

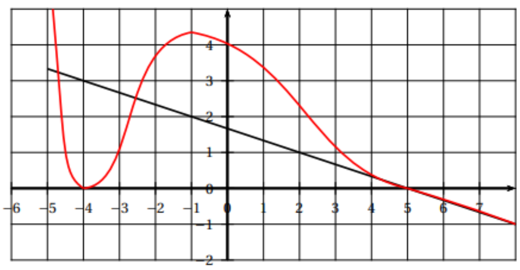
a. 1 **b.** 0 **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** -1

Question 3

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$.
$\left(\vec{u}+\vec{v}\right).\left(2\vec{u}-\vec{v}\right)$ est égal à :

a. 6 **b.** 9 **c.** 13 **d.** 7

On se place dans un repère orthonormé du plan.
Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe représentative notée C d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La droite D est tangente à la courbe C au point $A(5;0)$.



Question 4

On note f' la dérivée de la fonction f, Alors $f'(5)$ est égal à :

a. 3 **b.** -3 **c.** $\frac{1}{3}$ **d.** $-\frac{1}{3}$

Question 5

Pour tout réel x de l'intervalle $]-\infty;0]$, on a :

a. $f'(x) \leq 0$ **b.** $f'(x) \geq 0$ **c.** $f(x) \geq 0$ **d.** $f(x) \leq 0$

Exercice 2 – 5 points

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert : un assortiment de macarons et une part de tarte tatin.
Des études statistiques montrent que :
* l'assortiment de macarons est choisi par 50 % des clients ;
* la part de tarte tatin, est choisie par 30 % des clients ;
* 20 % des clients ne prennent pas de dessert ;
* aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :
* parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
* parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
* parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant. On note les événements suivants :
* M : « Le client prend un assortiment de macarons » ;
* T : « Le client prend une part de tarte tatin » ;
* S : « Le client ne prend pas de dessert » ;
* C : « Le client prend un café ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $p(T)$ probabilité de T et celle de $p_T(C)$ probabilité de l'évènement C sachant que T est réalisé.

2. Construire un arbre pondéré correspondant à cette situation.

3. a. Exprimer par une phrase ce que représente l'évènement $M \cap C$. Calculer alors $p(M \cap C)$.

b. Montrer que $p(C) = 0,76$.

4. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ? (On donnera le résultat arrondi au centième).

Exercice 3 – 5 points

Le 1er septembre 2015, un ensemble scolaire compte 3 000 élèves.
Une étude statistique interne a montré que chaque 1er septembre :
* 10 % de l'effectif quitte l'établissement ;
* 250 nouveaux élèves s'inscrivent.

On cherche à modéliser cette situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel *n*, un représente le nombre d'élèves le 1er septembre de l'année $2015+n$.

1. Justifier qu'on peut modéliser la situation avec la suite (u_n) telle que $u_0 = 3000$ et, pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$.

2. Pour tout entier naturel *n*, on pose $v_n = u_n - 2500$.

a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera sa raison et son premier terme.

b. Exprimer, pour tout entier naturel *n*, v_n en fonction de *n*.
En déduire que pour tout entier naturel *n*, $u_n = 500 \times 0,9^n + 2500$.

3. Démontrer que pour tout entier naturel *n*, $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0,9^n$.
En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

4. La capacité optimale d'accueil est de 2 800 élèves. Ainsi, au 1er septembre 2015, l'ensemble scolaire compte un sureffectif de 200 élèves.
a. Compléter l'algorithme suivant permettant de déterminer à partir de quelle année, le contexte restant le même, l'ensemble scolaire ne sera plus en sureffectif.

```
Def suite ( ) :
u = 3000
n = 0
  while ….
    n = ….
    u = ….
return (n)
```

b. En quelle année l'ensemble scolaire ne sera plus en sureffectif ?

Exercice 4 – 5 points

La fonction *f* est définie et dérivable sur $\left]-2;+\infty\right[$ par $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x+2}$

1. Calculer $f'(x)$.

2. On pose *g* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=2x^3+6x^2+1$.

a. Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de *g*.

b. En déduire le minimum de g sur $\left]-2;+\infty\right[$. En déduire que $g(x)>0$ pour tout $x>-2$.

c. Dresser le tableau de variation de f sur $\left]-2;+\infty\right[$.

4. Déterminer une équation de la tangente *T* à la courbe sur C_f représentative de la fonction *f* au point d'abscisse -1.