Correction du bac blanc n° 1

exo 1

1

x	-2	0	4
$f(x)$	3	-4	-4
$f'(x)$	-2	-1	$\frac{3}{2}$

2. T_A : $y = f'(-2)(x+2) + f(2)$

$y = -2(x+2) + 3$

$y = -2x - 1$

T_B : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$y = -x - 4$

T_C : $y = f'(4)(x-4) + f(4)$

$y = \frac{3}{2}(x-4) - 4$

$y = \frac{3}{2}x - 6 - 4$

$y = \frac{3}{2}x - 10$

exo 2

1a. Posons $P(3) = 0$

$3^2 + (m+4) \times 3 + 7m - 21 = 0$

$9 + 3m + 12 + 7m - 21 = 0$

$10m = 0$

$\boxed{m = 0}$

b. Pour $m = 0$

$P(x) = x^2 + 4x - 21$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-21)$

$\Delta = 16 + 84$

$\Delta = 100$

$x_1 = \frac{-4 - \sqrt{100}}{2 \times 1}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-4 + \sqrt{100}}{2 \times 1}$

$x_1 = \frac{-4 - 10}{2}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-4 + 10}{2}$

$\boxed{x_1 = -7}$ $\qquad$ $\boxed{x_2 = 3}$

2a. Pour que $P(x) = 0$ admette une unique solution, il faut que $\Delta = 0$.

$\Delta = (m+4)^2 - 4 \times 1 (7m - 21)$

$\Delta = m^2 + 8m + 16 - 28m + 84$

$\Delta = m^2 - 20m + 100$

$\Delta = (m-10)^2$

Donc $(m-10)^2 = 0$

$m - 10 = 0$

$\boxed{m = 10}$

b. Pour $m=10$

$P(x) = x^2 + 14x + 49.$

$\Delta = 0$

Donc il y a une solution qui est : $x_0 = -\frac{14}{2\times1} = \boxed{-7}.$

3a. $P(-7) = (-7)^2 + (m+4)(-7) + 7m - 21$

$= 49 - 7m - 28 + 7m - 21$

$= 49 - 49$

$= 0$

Donc -7 est bien une racine de P.

b. $P(3-m) = (3-m)^2 + (m+4)(3-m) + 7m - 21$

$= 9 - 6m + m^2 + 3m - m^2 + 12 - 4m + 7m - 21$

$= 21 - 21$

$= 0$

c. Donc $3-m$ est une racine de P.

Donc $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = 1$

$x_1 = -7$

$x_2 = 3 - m$

$P(x) = (x+7)(x - 3 + m)$

exo3

f est de la forme $u \times v$ avec $u = x^2 - 3$ $u' = 2x$

$v = 2 - x^3$ $v' = -3x^2$

$(uv)' = u'v + v'u$ donc :

$f'(x) = 2x(2 - x^3) - 3x^2(x^2 - 3)$

$f'(x) = 4x - 2x^4 - 3x^4 + 9x^2$

$f'(x) = -5x^4 + 9x^2 + 4x$

g est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u = 3x - 1$ $u' = 3$

$v = 2 - x$ $v' = -1$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$ donc :

$g'(x) = \frac{3(2-x) + (3x-1)}{(2-x)^2}$

$g'(x) = \frac{6 - 3x + 3x - 1}{(2-x)^2}$

$g'(x) = \frac{5}{(2-x)^2}$

h est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u = x^2 - 3x + 1$ $\quad u' = 2x - 3$

$v = x^2 + 1$ $\quad v' = 2x$.

$$h'(x) = \frac{(2x-3)(x^2+1) - 2x(x^2-3x+1)}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{2x^3 + 2x - 3x^2 - 3 - 2x^3 + 6x^2 - 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$= \frac{3x^2 - 3}{(x^2+1)^2}$$

exo 4

1. $u_0 = 0 \quad u_1 = \frac{1}{2} \quad u_2 = \frac{2}{3} \quad u_3 = \frac{3}{4}$

2a. $v_0 = 0 \quad v_1 = \frac{1}{2} \quad v_2 = \frac{2}{3} \quad v_3 = \frac{3}{4}$.

b. Il semble que $u_n = v_n$.

3a. $v_{n+1} \cdot (2 - v_n) = \frac{n+1}{n+2} \cdot \left(2 - \frac{n}{n+1}\right)$

$$= \frac{n+1}{n+2} \cdot \left(\frac{2n+2-n}{n+1}\right)$$

$$= \frac{n+1}{n+2} \cdot \frac{n+2}{n+1}$$

$$= 1$$

b. Donc $v_{n+1} \cdot (2 - v_n) = 1$

alors $v_{n+1} = \frac{1}{2 - v_n}$

$u_0 = v_0 = 0$

et $u_{n+1} = f(u_n)$ et $v_{n+1} = f(v_n)$ avec $f(x) = \frac{1}{2-x}$

Donc $u_n = v_n \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

exo 5

1. $f(a+h) - f(a) = (a+h)^2 + 3(a+h) - 1 - (a^2 + 3a - 1)$

$$= a^2 + 2ah + h^2 + 3a + 3h - 1 - a^2 - 3a + 1$$

$$= 2ah + h^2 + 3h.$$

$$= h(2a + h + 3)$$

Donc $\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 2a + h + 3$.

$\lim_{h \to 0} (2a + h + 3) = 2a + 3$. Donc $f'(a) = 2a + 3$.

2. $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$f(1) = 1^2 + 3 \times 1 - 1$
$= 3$

$f'(1) = 2 \times 1 + 3$
$= 5$

Donc $y = 5(x-1) + 3$

$y = 5x - 5 + 3$

$y = 5x - 2$

3. Il faut que les coefficients directeurs soient égaux.

Posons $f'(x) = -2$

$2x + 3 = -2$

$2x = -5$

$\boxed{x = -2,5}$

4. Pour $x = -2,5$,

$f(x) = f(-2,5)$

$= (-2,5)^2 + 3\times(-2,5) - 1$

$= 6,25 - 7,5 - 1$

$= -2,25$

Les coordonnées du point sont $(-2,5 ; -2,25)$