Correction interro 3

exo1

1. $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = \frac{1}{2}[AB^2+AC^2-BC^2]$
$= \frac{1}{2}[2^2+3^2-4^2]$
$= -\frac{3}{2}$

2. $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = AB\times AC\cdot\cos(\widehat{BAC})$
$-\frac{3}{2} = 2\times3\cdot\cos(\widehat{BAC})$
$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{-3}{2\times2\times3} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \widehat{BAC}\simeq 104^\circ$

exo2

1. $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = AB\times AD\cdot\cos(\frac{\pi}{3})$
$= 4\times4\times\frac{1}{2}$
$= 8$

2. $\vec{BA}\cdot\vec{BC} = BA\times BC\times\cos(\widehat{ABC})$
$= 4\times4\times\cos(\frac{2\pi}{3})$
$= -8$

3. $\vec{DO}\cdot\vec{CD} = -\vec{DO}\cdot\vec{DC}$
$= -DO\times DC\cdot\cos(\frac{\pi}{3})$
$= -2\times4\times\frac{1}{2}$
$= -4$

exo3

1. $\vec{BC}\cdot\vec{BA} = \frac{1}{2}[BC^2+BA^2-CA^2]$
$= \frac{1}{2}[5^2+3^2-3^2]$
$= \frac{25}{2}$

2. $\vec{BC}\cdot\vec{BA} = \vec{BH}\cdot\vec{BA}$
$\vec{BC}\cdot\vec{BA} = BH\times BA$
Donc $\frac{25}{2} = BH\times3$
$BH = \frac{25}{6}$

exo4

1. $\vec{AB}\begin{pmatrix}3m+1-(2m+1)\\5-2\end{pmatrix}$ $\quad\vec{AB}\begin{pmatrix}m\\3\end{pmatrix}$
$\vec{AC}\begin{pmatrix}4m-(2m+1)\\1-2\end{pmatrix}$ $\quad\vec{AC}\begin{pmatrix}2m-1\\-1\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = m(2m-1)+3\times(-1)$
$= 2m^2-m-3$

2. on veut ABC rect. en A.
Donc $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=0$
$\Leftrightarrow 2m^2-m-3=0$
$\Delta=25$
$m_1=\frac{1-\sqrt{25}}{2\times2}=-1$ $\quad m_2=\frac{1+\sqrt{25}}{2\times2}=\frac{3}{2}$

exo5

1. $\vec{AM}\cdot\vec{BC}+\vec{BM}\cdot\vec{CA}+\vec{CM}\cdot\vec{AB} = \vec{AM}\cdot\vec{BC}+(\vec{BA}+\vec{AM})\cdot\vec{CA}+(\vec{CA}+\vec{AM})\cdot\vec{AB}$
$=\vec{AM}\cdot\vec{BC}+\vec{BA}\cdot\vec{CA}+\vec{AM}\cdot\vec{CA}+\vec{CA}\cdot\vec{AB}+\vec{AM}\cdot\vec{AB}$
$=\vec{AM}\cdot\underbrace{(\vec{BC}+\vec{CA}+\vec{AB})}_{\vec{0}}+\underbrace{\vec{BA}\cdot\vec{CA}-\vec{CA}\cdot\vec{BA}}_{0}$
$=0$

2. on a $\vec{AH}\cdot\vec{BC}=0$
$\vec{BH}\cdot\vec{CA}=0$
En posant M=H dans l'égalité précédente on a:
$\underbrace{\vec{AH}\cdot\vec{BC}}_{0}+\underbrace{\vec{BH}\cdot\vec{CA}}_{0}+\vec{CH}\cdot\vec{AB}=0$ Donc $\vec{CH}\cdot\vec{AB}=0$

$(CH)\perp(AB)$ Donc H est sur la hauteur issue de C exo 6

1 a $\quad \tau(h) = \dfrac{(5+h)^2 - 3(5+h) + 5 - (5^2 - 3\times 5 + 5)}{h}$

$= \dfrac{25 + 10h + h^2 - 15 - 3h + 5 - 15}{h}$

$= \dfrac{h^2 + 7h}{h}$

$= \dfrac{h(h+7)}{h}$

$= h + 7$

b. $\quad \lim\limits_{h \to 0} (h+7) = 0 + 7 = 7$

Donc f est dérivable en 5 et $f'(5) = 7$

2a. $\quad \tau(h) = \dfrac{g(5+h) - g(5)}{h}$

$= \dfrac{\sqrt{5+h-4} - \sqrt{5-4}}{h}$

$= \dfrac{\sqrt{1+h} - 1}{h}$

$= \dfrac{(\sqrt{1+h} - 1)(\sqrt{1+h} + 1)}{h(\sqrt{1+h} + 1)}$

$= \dfrac{1+h-1}{h(\sqrt{1+h}+1)}$

$= \dfrac{1}{\sqrt{1+h}+1}$

b $\quad \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{1}{\sqrt{1+h}+1} = \dfrac{1}{2}$

Donc g est dérivable sur 5 et $g'(5) = \dfrac{1}{2}$