Correction du DST 1.

exo 1

1. $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)$

$\Delta = 9$

$x_1 = \frac{1-\sqrt{9}}{2\times 2}$

$x_1 = \frac{1-3}{4}$ $\quad$ $x_2 = \frac{1+3}{4}$

$x_1 = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $x_2 = 1.$

Donc $P(x) = 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-1)$

2. $2x^2 - 5x - 7 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 2 \times (-7)$

$\Delta = 25 + 56$

$\Delta = 81$

$x_1 = \frac{5 - \sqrt{81}}{2\times 2}$

$x_1 = \frac{5-9}{4}$ $\quad$ $x_2 = \frac{5+9}{4}$

$\boxed{x_1 = -1}$ $\quad$ $\boxed{x_2 = \frac{7}{2}}$

3. $\frac{x}{2} \geqslant \frac{2x+1}{x+3}$

$\frac{x}{2} - \frac{2x+1}{x+3} \geqslant 0$

$\frac{x(x+3) - 2(2x+1)}{2(x+3)} \geqslant 0$

$\frac{x^2 + 3x - 4x - 2}{2x+6} \geqslant 0$

$\frac{x^2 - x - 2}{2x+6} \geqslant 0$

Pour $x^2 - x - 2$.

$\Delta = 9$

$x_1 = \frac{1-3}{2} = -1$

$x_2 = \frac{1+3}{2} = 2$

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
x^2-x-2		+		+	0	−	0	+	
$2x+6$		−	0	+		+		+	
Q		−	‖	+	0	−	0	+	

$S =]-3;-1] \cup [2;+\infty[$

exo 2

1. $P(-1) = \cdots = 0$ $\quad$ -1 racine évidente

2. $P(x) = (x+1)(ax^2+bx+c)$

$P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + ax^2 + bx + c$

$P(x) = ax^3 + (b+a)x + (c+b)x + c$

Par identification, on a :

$\begin{cases} a = 4 \\ b+a = 12 \\ c+b = -13 \\ c = -21 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} a = 4 \\ b = 8 \\ c = -21 \end{cases}$

3. $P(x) = (x+1)(4x^2 + 8x - 21)$

Pour $4x^2 + 8x - 21$.

$\Delta = 400$

$x_1 = -\frac{7}{2}$ $\quad$ $x_2 = \frac{3}{2}$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{2}$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$x+1$		−		−	0	+		+	
$4x^2+8x-21$		+	0	−		−	0	+	
$P(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

$S =]-\infty;-\frac{7}{2}[\cup]-1;\frac{3}{2}[$

exo 3

1. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = \sqrt{5}^2 + 2\sqrt{5}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}^2$

$= 5 + 2\sqrt{5\times 3} + 3$

$= 8 + 2\sqrt{15}$

2. $\Delta = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - 4\times(-\sqrt{15})$

$\Delta = 8 - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{15}$

$\Delta = 8 + 2\sqrt{15}$

$\Delta = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$

$x_1 = \frac{-(\sqrt{5}-\sqrt{3}) - (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$

$x_1 = \frac{-2\sqrt{5}}{2}$

$x_1 = -\sqrt{5}$

$x_2 = \frac{-(\sqrt{5}-\sqrt{3}) + (\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}$

$x_2 = \frac{2\sqrt{3}}{2}$

$x_2 = \sqrt{3}$

exo 4

1a. Posons $P(3)=0$

$3^2+(5-m)\times 3-3m+6=0$

$9+15-3m-3m+6=0$

$30-6m=0$

$6m=30$

$\boxed{m=5}$

b. Pour $m=5$, $P(x)=x^2-3\times 5+6$

$P(x)=x^2-9$

$P(x)=(x-3)(x+3)$

Donc $P(x)=0$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{x=3}$ ou $\boxed{x=-3}$ $\rightarrow$ 2e racine.

2a. On veut $\Delta=0$

$\Delta=(5-m)^2-4\times 1\times(-3m+6)$

$\Delta=25-10m+m^2+12m-24$

$\Delta=m^2+2m+1$

$\Delta=(m+1)^2$

Donc posons $(m+1)^2=0$

$\boxed{m=-1}$

b. Pour $m=-1$ $P(x)=x^2+(5+1)x-3\times(-1)+6$

$=x^2+6x+9$

$=(x+3)^2$ $P(x)=0 \Leftrightarrow x+3=0$

$x=-3$

La racine est donc -3.

3a. $P(-3)=(-3)^2+(5-m)(-3)-3m+6$

$=9-15+3m-3m+6$

$=0$

Donc -3 est une racine de P $\forall m\in\mathbb{R}$.

b. $P(m-2)=(m-2)^2+(5-m)(m-2)-3m+6$

$=m^2-4m+4+5m-10-m^2+2m-3m+6$

$=0$

c. $m-2$ est aussi une racine de P $\forall m\in\mathbb{R}$.

Donc $P(x)=(x+3)(x-m+2)$