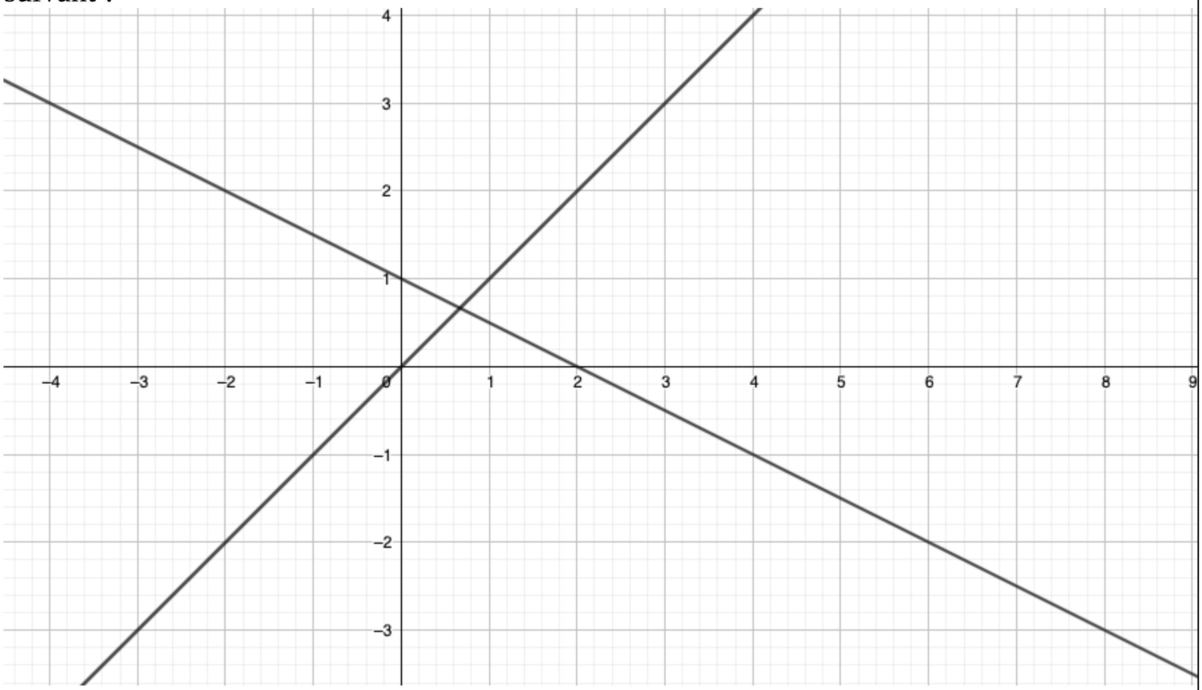
04 : Suites numériques : Généralités

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$.

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite.

2. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite (u_n) sur le graphique suivant :



Exercice 2

Soit (w_n) et (S_n) les suites définies sur $\mathbb{N}$ par : $w_n = -n^2 + 2n$ et $S_n = w_{n+1} - w_n$.

1. Exprimer w_{n+1} en fonction de *n*.

2. En déduire l'expression de S_n en fonction de *n*.

3. Exprimer S_{n+1} en fonction de *n*.

4. En déduire que $S_{n+1} - S_n = -2$. Que peut-on dire de la monotonie de la suite (S_n) ?

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)$.

1. Calculer les quatre premiers termes de cette suite.

2. Exprimer u_{n+4} en fonction de u_n.

3. En déduire de u_{2012} , u_{2013}, u_{2014} et u_{2015} .

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$, $u_1 = 3$ et $u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$.

1. Calculer les dix premiers termes de la suite (Utiliser un algorithme). Que remarque-t-on ?

2. Exprimer u_{n+3} en fonction de u_n. En déduire u_{n+6} en fonction de u_n.

3. En déduire u_{100} et u_{2012} .

Exercice 5

La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel *n* par : $u_{n+1} = \frac{2u_n + 6}{5}$.

1. Peut-on déterminer une valeur de u_0 pour que la suite (u_n) soit stationnaire ?

2. a. On pose maintenant $u_0 = 7$. Calculer les quatre premiers termes de la suite (u_n).

b. Faire une conjecture sur les variations et la limite de la suite (u_n).

3. On considère la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 2$.

a. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $v_{n+1} = \frac{2}{5}v_n$.

b. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $v_n = \frac{2^n}{5^{n-1}}$.

c. En déduire l'expression de u_n en fonction de *n*. Calculer u_{10}.

d. Étudier les variations de la suite (u_n).