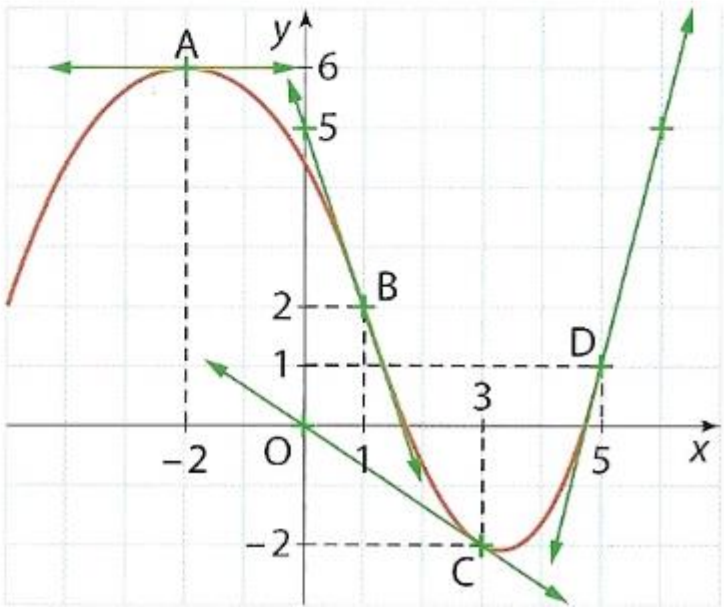
03 : Nombres dérivés

Exercice 1

f est une fonction définie est dérivable sur $[-5;6]$. On donne sa courbe C_f représentative :



Par lecture graphique, déterminer :

1. a. $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$ et $f(5)$.

b. $f'(-2)$, $f'(1)$, $f'(3)$ et $f'(5)$.

2. Construire le tableau de variation de *f*.

3. Déterminer une équation de la tangente à C_f aux points *A*, *B* et *D*.

Exercice 2

Les 2 questions sont indépendantes.

1. Un mobile se déplace sur une droite. On note $d(t)$ distance parcourue à l'instant *t*.
On suppose que $d(t)=2t^2+t$ (*t* en seconde, $d(t)$ en mètre).
Quelle est la vitesse instantanée de ce mobile à l'instant $t=1$?

2. Le coût de production de *x* objets pour une certaine entreprise est, en milliers d'euros :
$C(x)=200+15x-0,02x^2$.
Calculer le coût marginal pour $x=10$.

Exercice 3

1. Déterminer le nombre dérivé de *f* en *a* :

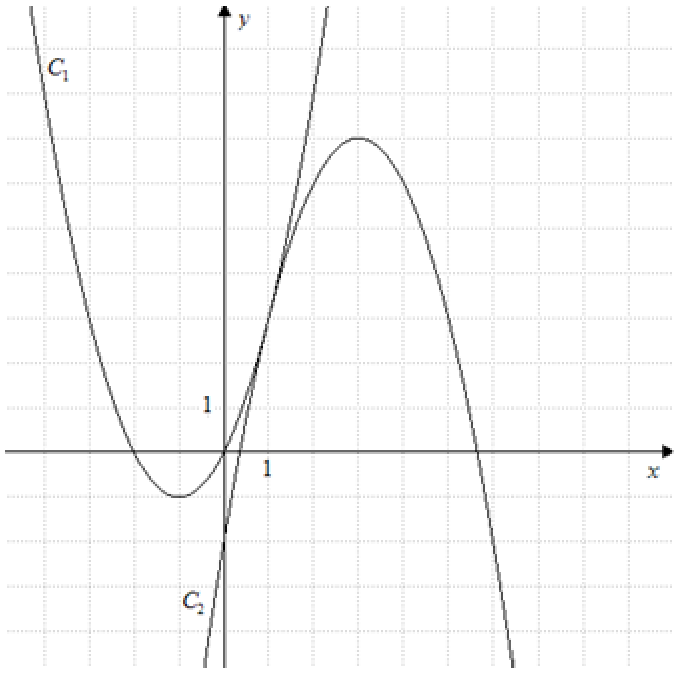
a. $f(x)=x^2-3x+2$ en $a=5$ **b.** $f(x)=\sqrt{x+3}$ en $a=1$

c. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ en $a=-1$

2. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse *a* pour chacun des cas.

Exercice 4

C_1 et C_2 sont les courbes représentatives des fonctions *f* et *g* définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-x^2+6x-2$ et $g(x)=x^2+2x$.



1. Attribuer à chaque fonction sa courbe.

2. Démontrer que ces courbes ont un unique point commun.

3. Démontrer qu'en ce point, les deux courbes ont une tangente commune.

Exercice 5

On considère la fonction *f* définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ et C_f sa courbe représentative.
On souhaite démontrer que la fonction *f* est dérivable en tout réel *a*.
Pour cela, on considère *a* un réel quelconque et *h* un réel non nul.

1. Montrer que le taux de variation de *f* entre *a* et $a+h$ est égal à $\tau(h) = 4a - 5 + 2h$.

2. En déduire que *f* est dérivable en *a* et préciser la valeur de $f'(a)$.

3. Calculer alors les valeurs de $f'(1)$ et $f'(3)$.

4. Déterminer l'équation des tangentes à C_f aux points d'abscisses 1 et 3.

Exercice 6

Soit *f* la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormal (O, I, J). Soit *A* le point de C_f d'abscisse $a > 0$.

1. a. Quelles sont les coordonnées de *A* ?

b. Déterminer une équation de la tangente *T* à C_f au point *A*, en fonction de *a*.

2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de *T* avec les axes du repère. On appelle *B* le point d'intersection de *T* avec (Ox) et *C* le point d'intersection de *T* avec (Oy).

3. Déterminer les coordonnées du milieu du segment $[BC]$. Que constate-t-on ?

4. Calculer l'aire du triangle *OBC*. Que remarque-t-on ?

Exercice 7

P est la parabole d'équation $y = 2x^2 - 5x - 3$. *d* est la droite d'équation $y = x + p$.

1. Pour quelle valeur de *p*, la parabole *P* et la droite *d* ont elles un seul point commun *A*.

2. Démontrer que dans ce cas *d* est tangente à *P*.

Exercice 8

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f\left(x\right) = x^2 - 4x + 1$. *A* est le point de la courbe C_f représentative de *f* d'abscisse 0.

1. Quel est le point *B* de la courbe C_f en lequel la tangente a pour coefficient directeur 6.

2. Quelles sont les coordonnées du point *D* de C_f en lequel la tangente est parallèle à la droite $\left(AB\right)$.