

**03 : Exercices supplémentaires  
sur l'arithmétique****Exercice 1 : Métropole – juillet 19**

Le capitaine d'un navire possède un trésor constitué de 69 diamants, 1150 perles et 4140 pièces d'or.

1. Décomposer 69 ; 1150 et 4140 en produits de facteurs premiers.
2. Le capitaine partage équitablement le trésor entre les marins. Combien y-a-t-il de marins sachant que toutes les pièces, perles et diamants ont été distribués ?

**Exercice 2 : Métropole – Sept 19**

1. a. Déterminer la décomposition en produit de facteurs premiers de 2744.  
b. En déduire la décomposition en produit de facteurs premiers de  $2744^2$ .  
c. À l'aide de cette décomposition, trouver  $x$  tel que  $x^3 = 2744^2$ .
2. Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers supérieurs à 2 tels que  $a^3 = b^2$ .
  - a. Calculer  $b$  lorsque  $a = 100$ .
  - b. Déterminer deux nombres entiers  $a$  et  $b$  supérieurs à 2 et inférieurs à 10 qui vérifient l'égalité  $a^3 = b^2$ .

**Exercice 3 : Amérique du nord – juin 10**

Un plaquiste souhaite recouvrir un mur rectangulaire avec des plaques isolantes. Ce mur mesure 270 cm de haut sur 330 cm de large. Les plaques isolantes doivent être de forme carrée, les plus grandes possibles et il ne veut pas de chutes.

1. Calculer le PGCD des nombres 330 et 270 en indiquant la méthode utilisée.
2. En déduire les dimensions d'une de ces plaques isolantes et le nombre de plaques nécessaires.

**Exercice 4 : Amérique du nord – juin 09**

1. Déterminer le PGCD de 186 et 155 en expliquant la méthode utilisée (faire apparaître les calculs intermédiaires).
2. Un chocolatier a fabriqué 186 pralines et 155 chocolats.  
Les colis sont constitués ainsi :
  - \* Le nombre de pralines est le même dans chaque colis.
  - \* Le nombre de chocolats est le même dans chaque colis.
  - \* Tous les chocolats et toutes les pralines sont utilisés.
  - a. Quel nombre maximal de colis pourra-t-il réaliser ?
  - b. Combien y aura-t-il de chocolats et de pralines dans chaque colis ?

### Exercice 5 : Métropole – juin 18

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme  $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$ .  
Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?
2. a. Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.  
b. Quels sont ses diviseurs premiers ?
3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents. Expliquer votre raisonnement.

### Exercice 6 : Nouvelle Calédonie – Nov. 18

1. Décomposer les nombres 162 et 108 en produits de facteurs premiers.
  2. Déterminer deux diviseurs communs aux nombres 162 et 108 plus grands que 10.
  3. Un snack vend des barquettes composées de nems et de samossas. Le cuisinier a préparé 162 nems et 108 samossas.  
Dans chaque barquette :
    - \* le nombre de nems doit être le même.
    - \* le nombre de samossas doit être le même, Tous les nems et tous les samossas doivent être utilisés.
- a. Le cuisinier peut-il réaliser 36 barquettes ?
  - b. Quel nombre maximal de barquettes pourra-t-il réaliser ?
  - c. Dans ce cas, combien y aura-t-il de nems et de samossas dans chaque barquette ?

### Exercice 8 : Wallis et Futuna – Déc. 17

Dans un laboratoire A, pour tester le vaccin contre la grippe de la saison hivernale prochaine, on a injecté la même souche de virus à 5 groupes comportant 29 souris chacun.

3 de ces groupes avaient été préalablement vaccinés contre ce virus.

Quelques jours plus tard, on remarque que :

- \* dans les 3 groupes de souris vaccinées, aucune souris n'est malade ;
- \* dans chacun des groupes de souris non vaccinées, 23 souris ont développé la maladie.

1. a. En détaillant les calculs, montrer que la proportion de souris malades lors de ce test est

$$\frac{46}{145}$$

- b. Justifier sans utiliser la calculatrice pourquoi on ne peut pas simplifier cette fraction.

**Donnée utile** Le début de la liste ordonnée des nombres premiers est :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

Dans un laboratoire B on informe que  $\frac{140}{870}$  des souris ont été malades.

2. a. Décomposer 140 et 870 en produit de nombres premiers.

b. En déduire la forme irréductible de la proportion de souris malades dans le laboratoire B.

### Exercice 9 : Amérique du sud – Nov. 13

Un pâtissier a préparé 840 financiers et 1 176 macarons. Il souhaite faire des lots, tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1. a. Sans faire de calcul, expliquer pourquoi les nombres 840 et 1176 ne sont pas premiers entre eux.

b. Le pâtissier peut-il faire 21 lots ? Si oui, calculer le nombre de financiers et le nombre de macarons dans chaque lot.

c. Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut faire ? Quelle sera alors la composition de chacun des lots ?

2. Cette année, chaque lot de 5 financiers et 7 macarons est vendu 22,40 €.

L'année dernière, les lots, composés de 8 financiers et de 14 macarons étaient vendus 42 €. Sachant qu'aucun prix n'a changé entre les deux années, calculer le prix d'un financier et d'un macaron.

### Anciens brevets

#### Exercice 10 : Asie – juin 01

1. 2000 et 2001 sont-ils, chacun, divisible par 2, par 3 ou par 5 ? Justifier.

2. 2000 et 2001 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

#### Exercice 11 : Guyane – juin 06

1. Déterminer le PGCD de 682 et 496.

2. Simplifier la fraction  $\frac{682}{496}$  pour la rendre irréductible.

#### Exercice 12 : Afrique – juin 06

1. Sans calculer leur PGCD, dire pourquoi les nombres 648 et 972 ne sont pas premiers entre eux.

2. a. Calculer le PGCD(972;648). En déduire, l'écriture irréductible de la fraction  $\frac{648}{972}$ .