

02 : Exercices sur le développement – La factorisation
Identités remarquables
Exercice 1 : Amérique du sud

On donne $A = (x-5)^2$ et $B = x^2 - 10x + 25$.

1. Calculer A puis B pour $x = 5$.
2. Calculer A puis B pour $x = -1$.
3. Peut-on affirmer que $A = B$? Justifier la réponse.

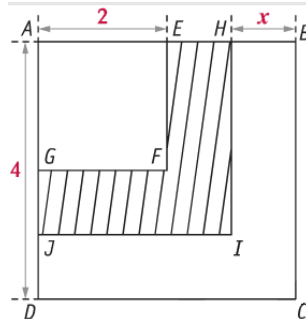
Exercice 2 : Métropole - Guadeloupe

On donne $E = 36 - 12x + x^2 + (3 - 4x)(6 - x)$.

1. Développer puis réduire l'expression E .
2. a. Factoriser l'expression $36 - 12x + x^2$.
- b. En déduire une factorisation de E .
3. Résoudre l'équation $E = 0$.

Exercice 3 : Inde

L'unité est le centimètre.



Dans la figure ci-dessus, $AEFG$, $AHIJ$ et $ABCD$ sont des carrés.

1. a. Calculer la longueur AH en fonction de x .
- b. En déduire l'aire du carré $AHIJ$, puis préciser dans la liste ci-dessous la (ou les) expression(s) algébrique(s) qui correspond(ent) à l'aire de la partie hachurée.

$$M = (4-x)^2 - 2^2$$

$$N = (4-x-2)^2$$

$$P = 4^2 - x^2 - 2^2$$

2. Développer puis réduire l'expression $Q = (4-x)^2 - 4$.
3. Factoriser l'expression Q .
4. Calculer l'expression Q pour $x = 2$.
Que traduit ce résultat pour la figure ?

Exercice 4 : Madagascar

On donne $G = 25x^2 - 36 - (15x - 18)(x + 7)$.

1. a. Factoriser l'expression $25x^2 - 36$.
- b. Factoriser l'expression $15x - 18$.
2. En déduire une expression factorisée de G .

Exercice 5 : Liban

Soit $A = \frac{1}{4}[(a+b)^2 - (a-b)^2]$.

1. Calculer A pour $a = 1$ et $b = 5$.
2. Calculer A pour $a = -2$ et $b = -3$.
3. Alex affirme que le nombre A est égal au produit des nombres a et b .
A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice 6 : Nouvelle-Calédonie

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre de départ.
- Ajouter 1.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Lui soustraire le carré du nombre de départ.
- Ecrire le résultat final.

1. a. Vérifier que lorsque le nombre de départ est 1, on obtient 3 comme résultat final.
- b. Lorsque le nombre de départ est 2, quel résultat final obtient-on ?
2. a. Le nombre de départ étant x , exprimer le résultat final en fonction de x .
- b. Développer, puis réduire cette expression.
3. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 15 ?

Exercice 7 : Amérique du sud

1. On pose : $H = (x-4)^2 - x(x-10)$.

a. Développer, puis réduire l'expression H .

b. Résoudre l'équation $H = 16$.

2. On pose : $I = (7x-3)^2 - 25$.

a. Factoriser l'expression I .

b. Résoudre l'équation $I = 0$.

Exercice 8 : Pondichéry

On pose : $A = (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2$.

1. Développer, puis réduire l'expression A .

2. Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs, dont la somme des carrés est 1325.

Exercice 9 : Asie

1. Factoriser chacune des expressions F et G :

$$F = 9x^2 - 48x + 64$$

$$G = (3x-7)^2 - 1$$

2. On pose : $H = F + G$.

Factoriser l'expression H .

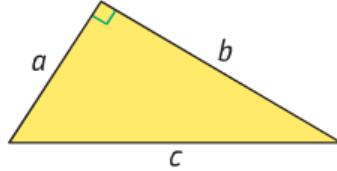
3. Résoudre l'équation $H = 0$.

Exercice 10

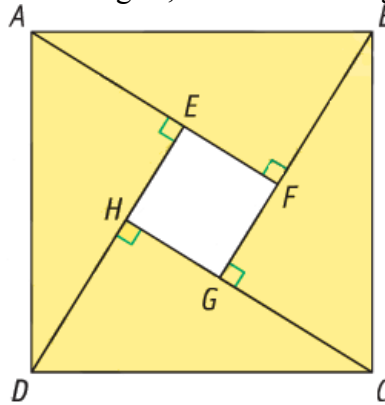
Bhaskara (1114 – 1185) est un mathématicien indien. On lui doit la démonstration suivante du théorème de Pythagore.

a , b et c désignent des nombres positifs.

On considère un triangle rectangle dont les côtés ont pour longueurs a , b et c .



À partir de quatre de ces triangles rectangles, on a formé la figure ci-dessous.



1. a. Justifier que le quadrilatère $EFGH$ est un carré.
- b. Exprimer son aire en fonction de a et b .
2. Exprimer de deux façons l'aire du grand carré $ABCD$.
3. En déduire l'égalité de Pythagore.

Exercice 11

1. Résoudre cette équation : $(n-1)^2 + n^2 = (n+1)^2$.
2. Trouver trois nombres entiers consécutifs qui représentent les longueurs des côtés d'un triangle rectangle. Justifier la réponse.

Exercice 12

Deux élèves veulent résoudre l'équation suivante : $(3x-1)^2 = (2x-5)^2$.

Bernard dit : « On a donc $3x-1 = 2x-5$ ».

Ethan dit : « J'ai fait apparaître la différence de deux carrés et j'ai trouvé deux solutions ».

Qui des deux a raison. Justifier la réponse.